Invariants quantitatifs, qualitatifs et relationnels

In Bulletin de psychologie
Hommage à Jean Piaget

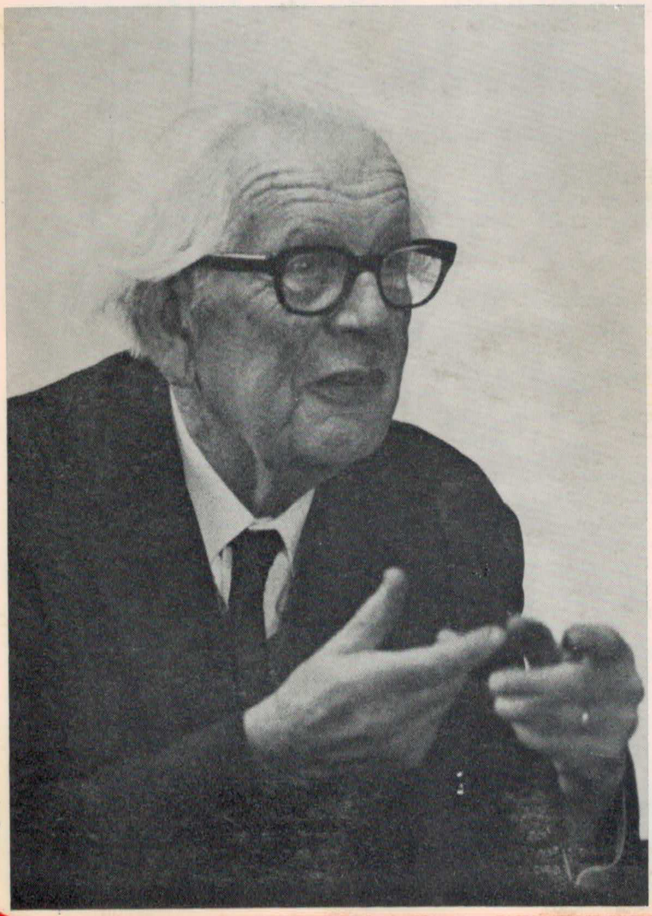
N° 327
1976-1977, pp.387-389

GROUPE D'ÉTUDES DE PSYCHOLOGIE

bulletin de psychologie

DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Hommage à Jean PIAGET



Photographie Brulhart

AVANT-PROPOS :
B. INHELDER
et F. BRESSON

327 XXX 1976-1977 REVUE BIMESTRIELLE
JANVIER-FEVRIER 1977 3-9

Invariants quantitatifs, qualitatifs et relationnels

Gérard VERGNAUD

Le concept d'invariant opératoire est sans doute le concept le plus décisif de la théorie de Piaget. C'est autour de lui que s'articulent les faits psychologiques les plus intéressants ; et si, bien entendu, il n'est pas isolable des autres concepts, il constitue à mon sens la clef de voûte du système.

La psychologie cognitive se doit en effet d'expliquer par quel mécanisme la représentation peut refléter objectivement la réalité et permettre au sujet d'opérer efficacement sur cette réalité. Cela serait impossible si la représentation n'était pas constituée d'éléments stables sous les opérations symboliques et sémiotiques nécessaires à l'action, et si ces éléments ne reflétaient pas des éléments de la réalité également stables sous les transformations engendrées par l'action du sujet ou prises en compte dans cette action.

C'est cette idée de stabilité relative à un ensemble de transformations ou de variations, qu'exprime le concept d'invariant. L'adjectif « opératoire » apporte l'idée complémentaire que cette stabilité est nécessaire à l'action du sujet et que cette action en est le critère.

Cela ne signifie nullement que l'action du sujet soit tout entière ou exclusivement réglée par la représentation cognitive ; mais, dans la mesure où elle l'est, on ne peut pas comprendre son rôle sans le concept d'invariant opératoire.

Je voudrais, dans ce bref article, distinguer plusieurs catégories d'invariants opératoires et élargir un peu le sens, à mon avis trop restreint, qu'on lui donne parfois.

Le concept **d'invariant quantitatif** est bien élucidé par les différents exemples de conservation des quantités discrètes ou continues. Il est aisé de comprendre, après avoir lu Piaget, que l'idée qu'une certaine quantité se conserve sous certaines transformations n'est pas une idée qui va de soi pour l'enfant, mais qu'elle fait au contraire l'objet d'une élaboration assez tardive. L'un des aspects les plus remarquables de toutes les expériences dites de conservation, c'est qu'elles montrent qu'à un certain niveau de développemnet de l'enfant, l'évidence change de camp : alors qu'il semblait évident à l'enfant quelques mois plus tôt qu'une certaine quantité ne se conservait pas sous une certaine classe de transformations (déplacements, déformations, morcellements, modifications mécaniques ou physicochimiques), l'enfant qui a atteint le niveau de la conservation, trouve évident au contraire que ladite quantité se conserve. Ce sentiment d'évidence qui accompagne la représentation cognitive n'est pas accessoire, car il marque l'appropriation véritable du savoir et sa fonctionnalité.

Ce qui est vrai pour les descripteurs quantitatifs, qui associent à un objet une valeur sur une échelle ordonnée ou sur une échelle de mesure, est probablement vrai pour les descripteurs qualitatifs qui associent à un objet une valeur sur une échelle simplement catégorielle. On peut alors parler **d'invariants qualitatifs.**

L'idée que la valeur prise par un descripteur qualitatif puisse varier ou se conserver sous certaines transformations ou certaines variations n'est pas moins importante que pour les descripteurs quantitatifs. Mais il est plus délicat de la mettre en évidence. En effet, pour les descripteurs qualitatifs les plus naturels comme la couleur et la forme, la notion de classe d'équivalence (la classe des objets de même couleur, par exemple), est une notion acquise très précocement. Et lorsqu'on prend des descripteurs plus sophistiqués comme ceux des naturalistes dans la classification botanique ou zoologique, on peut à juste titre estimer que la difficulté réside davantage dans l'organisation des critères entre eux que dans la reconnaissance ou la non-reconnaissance d'une invariance.

Pourtant, il est clair que la notion de classe d'équivalence qualitative n'est pas moins décisive pour le fonctionnement de la connaissance que la notion de classe d'équivalence quantitative et que, de ce point de vue, des recherches pourraient être menées dans un esprit inspiré de celui qui anime les expériences de conservation quantative. C'est sans doute avec les critères complexes et les agrégats de critères que cette perspective serait la plus féconde : on n'est guère renseigné, au fond, sur les différentes étapes de l'acquisition des concepts de chaise, de chien, d'arbre ou de nuage.

Posons le problème d'une autre manière. Quels sont les systèmes catégoriels opératoires pour l'enfant à différents niveaux de son développement ? Si le développement du langage fait foi que beaucoup de catégories se constituent avant 6 ans, on ne connaît pas pour autant avec précision les frontières véritables de ces catégories, et par conséquent des qualités qui les fondent. D'autre part, des catégories nouvelles se forment pendant toute l'enfance et au-delà, par différenciations et regroupements et par prise en considération de nouveaux aspects.

Dans l'étude de ces catégorisations successives, il faut accorder toute sa place au critère de l'évidence mentionné plus haut, car on ne peut pas comprendre qu'une catégorie ou qu'un système catégoriel soit opératoire si elle ou il n'est pas évident, c'est-à-dire immédiatement disponible.

La notion de descripteur qualitatif ou quantitatif peut être représentée formellement de façon assez simple par un ensemble de fonctions unaires.

Soient x_2, x_n des éléments et P (x) une fonction unaire. Un descripteur est un ensemble de fonctions P_1... P_m pouvant prendre la valeur « vrai » ou la valeur « faux », selon les éléments auxquels elles s'appliquent.

Soit par exemple :
x_1 = le pull de Marie
x_2 = la jupe de Marie
P_1 = la propriété bleu
P_2 = la propriété blanc
P_1 (x_2) est un énoncé qui signifie : la jupe de Marie est bleue.
P_2 (x_1) est un énoncé qui signifie : le pull de Marie est blanc.

Un descripteur qualitatif est un ensemble de fonctions unaires non ordonné. Par exemple, les couleurs P_1, P_2 ne sont pas ordonnées.

Un descripteur quantitatif est un ensemble de fonctions unaires ordonné. C'est éventuellement une échelle de mesure s'il possède la propriété d'additivité, mais il suffit qu'il soit ordonné pour qu'on puisse parler de descripteur quantitatif. La taille, la place occupée, le poids sont des descripteurs quantitatifs auxquels l'enfant se réfère à un âge relativement précoce.

Soit par exemple
x_1 = Marie
x_2 = Paul
P_1 = la propriété grand
P_2 = la propriété petit
P_2 (x_1) signifie : Marie est petite.
P_1 (x_2) signifie : Paul est grand.

Mais cela n'entraîne pas pour autant que les valeur du descripteur se conservent sur toutes les classes de transformations ou de variations. Le troupeau du fermier peut être jugé grand s'il est éparpillé dans un pré, et petit s'il est rassemblé dans une allée étroite. Pierre peut être petit par rapport à Paul et grand par rapport à Marie. Pour devenir une véritable grandeur mesurable, un descripteur quantitatif doit avoir des valeurs stables et cette stabilité des valeurs n'est sans doute pas sans liens avec la propriété d'additivité des mesures. L'argument le plus fort invoqué par les enfants dans les expériences de conservation n'est-il pas : « on n'a rien ajouté ni rien enlevé ».

Ce n'est pas le lieu, dans un article aussi bref, de développer ce point. Je voudrais plutôt consacrer les derniers paragraphes au concept d'**invariant relationnel.**

A côté des fonctions propositionnelles unaires P (x) il existe des fonctions propositionnelles à plusieurs variables.

Les relations binaires R (x, y).

Les relations ternaires R (x, y, z), dont font partie notamment toutes les lois de composition binaires telles que $x + y = z$.

Les relations quaternaires, etc.

Ces fonctions propositionnelles appellent également une analyse en termes d'invariants opératoires. Prenons deux exemples dans les relations binaires.

La relation de paternité R_1 (x_1, x_2) qui se lit : x_1 est le papa de x_2.

Cette relation ne va pas de soi pour l'enfant. Au-delà du papa, objet unique (mon papa à moi), l'enfant doit accéder à deux niveaux au-moins d'invariance, à savoir la reconnaissance :

1) Qu'il s'agit d'une relation entre son papa et lui et que cette relation est la même entre le papa de son ami Eric et Eric.

2) Que l'ensemble des couples (x, y) qui vérifient la relation est indépendant de l'âge des personnes et de leur propre situation de papa, de maman, d'oncle, de tante, etc.

Grand-père Octave est le papa de papa.

Grand-père Arthur est le papa de maman.

D'autre part, la relation de paternité R_1 est liée à d'autres relations de parenté R_2 (fils de), R_3 (mère de), R_4 (frère de), R_5 (oncle de), R_6 (grand-mère de), etc., et forme avec elles un ensemble structuré plus complexe, mais aussi important pour la pensée, que l'ensemble des valeurs d'un descripteur qualitatif ou quantitatif.

Le critère de l'évidence dont on a parlé tout à l'heure a des conséquences importantes ici puisque chacune de ces relations de parenté ne peut être comprise qu'au sein d'un ensemble plus vaste de relations, structuré par des liens de réciprocité et de composition.

Exemple de réciprocité : « fils ou fille de » = inverse de « père ou mère de ».

Exemple de composition « frère de » et « mère de » s'enchaînent en « oncle de » ce qu'on peut écrire de la façon suivante
Réciprocité $R_2 = R'_1$
Composition. $R_1 \circ R_2 = R_3$.

Ce qui doit être évident pour l'enfant, pour qu'il se forme une représentation opératoire des relations de parenté, c'est non seulement l'idée que chacune des relations est invariante sur une classe indéfinie de couples, mais aussi que la réciprocité et la composition sont invariantes sur le domaine de définition (là où elles ont un sens).

Prenons un autre exemple de relation binaire dans le domaine numérique et considérons la notion d'opérateur multiplicatif dans la perspective des invariants opératoires.

Lorsque l'enfant doit multiplier par 4 le prix d'un gâteau pour calculer le prix de 4 gâteaux, il met en jeu un invariant opératoire assez élémentaire qu'on peut formuler de la façon suivante :
« Le prix de 4 gâteaux est au prix de 1 gâteau, ce que 4 gâteaux sont à 1 gâteau ».
Le « ce que » indique l'invariance : l'opérateur multiplicatif pour passer de l'un à l'autre est le même.
Cet opérateur (de type scalaire dans la théo des espaces vectoriels) a un inverse (ou réciproque) et est composable avec d'autres opérateurs. Il se prête à des calculs relationnels assez voisins, tout compte fait, des calculs relationnels auxquels se prêtent les relations de parenté. L'opérateur n'est véritablement un invariant opératoire que s'il est identique à lui-même à travers ces calculs relationnels, et cela avec un degré suffisant d'évidence pour l'enfant. Sinon ce dernier échoue à l'appliquer dans la solution de problème.

Les quelques paragraphes qui précèdent visent à montrer que la notion d'invariant opératoire s'applique à des types logiques de niveaux très différents, non seulement du point de vue du nombre de variables mises en jeu, mais également du point de vue des relations internes à l'ensemble structuré des valeurs prises par le descripteur ou la relation. On sait par exemple que la transitivité de la relation d'ordre n'est utilisée qu'assez tardivement sous son aspect de règle universelle (et donc d'invariant).

Il nous reste à préciser deux points

1) si, dans l'appropriation des invariants opératoires, le critère de l'action du sujet est le plus décisif, c'est fondamentalement parce que celle-ci se situe au plan du signifié, et donc du concept, et non du signifiant. S'en tenir aux explications verbales du sujet, à l'emploi qu'il fait des mots et des symboles, c'est courir le risque de prendre pour le concept, le mot ou le signe désignant le concept. Dans la vieille question des rapports entre langage et pensée, le critère de l'action ne supprime pas celui du langage, mais il le subordonne à un autre critère qui est en dernier ressort celui de l'univers d'invariants opératoires qui alimente et qui règle l'action et qui n'est que partiellement représenté dans le langage.

2) Tout ce qui a été dit précédemment suppose que des objets x, y, z bien identifiés existent déjà sans ambiguité pour le sujet, ce qui renvoie au problème de l'objet permanent identique à lui-même et unique. Or, si ce problème est réglé très tôt pour certains objets, il ne l'est pas pour tous. Construire ou s'approprier un nouvel invariant opératoire, c'est en fait construire un nouvel objet permanent, puisque l'équivalence des variables x ou y entre elles se transforme en l'identité de la valeur prise par le descripteur P ou la relation R. Cela permet au sujet de prendre cette valeur à son tour pour un objet, susceptible d'être lui même décrit et mis en relation, et dont l'existence acquiert ainsi un degré suffisant d'évidence. Et ainsi de suite. Le concept d'invariant opératoire permet donc, non seulement de saisir certains changements qualitatifs des conduites de l'enfant, mais aussi de saisir le principe de construction de tout l'édifice cognitif.