Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation

In Psychologie Française
Les Représentations

N°30
1985, pp.245-252

Lien internet permanent pour l'article :
https://www.gerard-vergnaud.org/GVergnaud_1985_Concepts-Schemes_Psychologie-Francaise-30

III. Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation

Gérard VERGNAUD

Directeur de recherche au CNRS.
Principaux thèmes de recherche et d'intérêt :
didactique des mathématiques ; développement cognitif.

Adr. : *M.S.H. – 54, bd Raspail – 75006 Paris*

SUMMARY

The concept of representation is essential for the analysis of the growth of conceptions and competences. It implies the study of both the explicit symbolic systems (conventional or not) used in communication, and the schemes that organize the subject's activity. Starting from two examples (the scheme of enumeration and the schemes used in solving arithmetic problems), one analyses what a concept is and what a conceptual field consists of. The schemes, at the « signified » level, articulate situations of reference and symbolic signifiers. They are made of invariants, inferences, rules of action and predictions.

Pf N°30-3/4 Nov. 1985

Le concept de représentation est essentiel pour analyser la formation des connaissances opératoires et pour analyser les processus de transmission des connaissances. L'échec du behaviorisme tient essentiellement à son refus de considérer la représentation comme objet d'étude légitime de la psychologie.

Aujourd'hui encore, certaines orientations théoriques en psychologie, bien qu'elles se prétendent cognitivistes, n'accordent pas à la représentation toute l'importance qui serait nécessaire Il n'est pas inutile de réaffirmer quelques positions fondamentales.

1. La représentation n'est pas un épiphénomène, une sorte de reflet après-coup de l'action adaptative du sujet dans son environnement ; elle est, au contraire, fonctionnelle et indispensable au traitement par le sujet de nombreuses situations.

2 La représentation ne concerne pas seulement l'utilisation par le sujet de systèmes de signifiants sociaux langagiers ou non langagiers : la communication sociale est certes un critère important de l'existence de la représentation, mais il existe d'autres critères, notamment celui de l'émergence en situation d'une conduite nouvelle, reposant sur la découverte et l'utilisation par le sujet, d'une propriété ou d'une relation pertinente. En d'autres termes, beaucoup d'habiletés motrices impliquent la représentation, certains choix d'actions en situation supposent des calculs relationnels complexes dont il est impossible de faire l'économie.

3. La représentation doit être analysée dans toutes ses composantes fonctionnelles ; et les théories qui réduisent la représentation soit à ses aspects explicitement symboliques, soit à ses aspects procéduraux ne permettent pas de saisir l'ensemble de son fonctionnement.

Les éléments théoriques et expérimentaux évoqués dans cet article visent non seulement à soutenir les positions qui précèdent, mais également à justifier une étude de la représentation centrée sur les contenus de connaissance, pratiques et théoriques. On connaît, en effet, d'autres approches qui privilégient des instruments généraux d'analyse comme la logique ou la psycholinguistique : la réduction structuraliste qu'elles opèrent présente le grave inconvénient de ne pas permettre de reconnaître ce qui, dans la formation des connaissances, est spécifique du contenu des situations traitées En d'autres termes, la fonction principale de la représentation, qui est de *conceptualiser le réel pour agir efficacement*, risque d'apparaître excessivement abstraite si on ne considère pas dans leur contenu même les connaissances qui la nourrissent.

Cette question des contenus de connaissance est évidemment incontournable pour qui s'intéresse à la didactique et à l'appropriation des connaissances à l'école et au travail. Mais à y regarder de près, elle est aussi essentielle pour l'étude du développement cognitif du bébé ou pour les acquisitions non scolaires chez l'enfant, l'adolescent ou l'adulte.

D'ailleurs, l'école n'est pas synonyme d'apprentissage systématique, même si c'est là qu'on rencontre le plus de telles formes d'apprentissage ; les règles d'interaction sociale entre enfants, les jeux, une part importante de l'expression orale, voire des connaissances mathématiques, sont apprises à travers des situations et des activités non explicitement réglées et finalisées par l'école. Réciproquement, il existe des apprentissages systématiques en dehors de l'école : par exemple, les relations de parenté (père, mère, fils, fille, grand père, grand-mère, oncle, tante, cousin...) sont enseignées de manière systématique dans beaucoup de familles.

L'école n'est pas non plus synonyme de connaissances conceptuelles : beaucoup de compétences non véritablement ou non totalement conceptuelles sont développées à l'école : sauter en hauteur, lire, écrire, discuter et argumenter... Et des connaissances proprement conceptuelles sont évidemment apprises en dehors de l'école : caractériser des objets familiers, certains objets techniques, des plantes, des phénomènes économiques de la vie quotidienne...

Bref, la représentation intéresse *la formation de l'expérience* dans son ensemble, que cette expérience soit sociale ou privée, systématiquement organisée ou ouverte, discursive ou non discursive. Encore faut-il disposer des éléments théoriques d'analyse qui permettent de ne pas laisser confondus ou indistincts, sous le terme éminemment syncrétique de « représentation », des éléments qu'il est essentiel d'analyser pour comprendre le fonctionnement et les dysfonctionnements de la représentation.

Il est indispensable, par exemple, de distinguer entre le plan des *signifiants* et celui des *signifiés*, entre les *différents systèmes de signifiants* (langage naturel, gestes, dessins, schémas, tableaux, algèbres...) et entre les *différentes composantes du signifié* (invariants, inférences, règles d'action, prédictions).

L'interaction du sujet avec le réel est essentielle puisque c'est dans cette interaction que le sujet *forme et éprouve ses représentations et conceptions*, en même temps que celles-ci *sont responsables de la manière dont il agit* et dont il règle son action.

La représentation n'est pas un ensemble homogène d'éléments et de fonctions psychologiques. Nous allons le montrer en insistant sur deux termes d'une chaîne qui en comprend plusieurs autres : le *concept* et le *schème*

Nous essayerons de répondre plus loin à la question « qu'est ce qu'un concept ? », mais il faut remarquer tout de suite qu'on ne saurait parler de concept en l'absence de tout signifiant : sans termes du langage naturel ou sans signifiants empruntés à l'un quelconque des autres systèmes symboliques, il n'y a pas de concept, puisqu'il n'y a pas de définition possible et pas d'accord possible entre sujets. L'activité conceptuelle a donc nécessairement des aspects repérables au plan du signifiant. Mais elle implique également, et sans doute plus essentiellement, des aspects qui se situent au plan du signifié et qui ne sont pas directement observables. Cette activité au plan du signifié, est elle-même en rapport avec l'action du sujet dans et sur le réel : les actions du sujet permettent donc de repérer d'autres aspects du signifié.

Une habileté motrice n'est pas proprement conceptuelle, mais cela ne signifie pas pour autant que sa mise en œuvre n'implique pas de manière essentielle la représentation, y compris certains aspects conceptuels. Nous verrons plus loin, en définissant le schème, que celui-ci se situe principalement au plan des rapports entre le réel et le signifié, mais que son fonctionnement peut mettre en jeu certains signifiants.

Prenons l'exemple de l'apprentissage de l'arithmétique et de l'algèbre entre 3 ans et 15 ans.

Le concept de nombre repose sur de nombreuses classes de situations et sur de nombreuses activités, dont certaines contiennent des aspects sensori-moteurs évidents.

I. LE SCHÈME DU DÉNOMBREMENT

La compétence qui consiste à dénombrer correctement une collection suppose la reconnaissance d'unités distinctes (chaque objet de la collection), la mise en correspondance de ces unités avec des unités perceptivo-motrices (œil et main), elles-mêmes en correspondance avec des unités verbales (la suite des mots-nombres). Il faut en outre que soit reconnu le fait que le dernier mot-nombre prononcé désigne non seulement le dernier objet (au plan ordinal) mais aussi le cardinal de la collection (principe de cardinalisation) ; et il faut aussi que le caractère exhaustif et sans répétition du dénombrement soit assuré par des procédures d'exploration spatiale organisées et fiables. Le dénombrement est à l'évidence un *schème* complexe qui suppose qu'on le traite comme une totalité organisée, en même temps qu'il est indispensable d'étudier les éléments distincts qui le composent et les dysfonctionnements distincts qui peuvent le rendre inopérant.

Totalité organisée : on sait que Piaget est le premier à avoir développé cette idée avec autant de force pour des *totalités dynamiques* et non point seulement pour des *formes* comme l'avait fait la Gestalt. Le concept de schème est issu de ce souci de désigner une totalité organisée.

Éléments et dysfonctionnements distincts : on voit aisément que le schème du dénombrement fait appel à des *signifiants* (les mots-nombres), à des *activités perceptivo motrices* (coordination œil-main-émission vocale) et à des *constructions conceptuelles* (objet, collection, cardinal) irréductibles aux mots et aux coordinations perceptivo-motrices : l'objet est construit antérieurement à l'apparition de la conduite de dénombrement, mais la collection et le cardinal sont des constructions conceptuelles associées au dénombrement. Les recherches menées depuis 10 ans (Gelman et Gallistel, 1978 ; Fuson et Hall, 1983 ; Davydov, 1982 ; Chichignoud, 1984 ; Fisher, 1984 ; Steffe et al., 1983) montrent que des éléments distincts du schème peuvent être perturbés ou absents de manière indépendante : par exemple, la coordination œil-main, la coordination geste-mot, la suite des motsnombres, le principe de cardinalisation, l'exploration spatiale de la collection...

II. NOMBRES, OPÉRATIONS ET ALGÈBRE

La compétence qui consiste à trouver sans faillir quelle opération (addition, soustraction, multiplication, division) il faut appliquer à quel choix des données et dans quel ordre pour résoudre n'importe quel problème d'arithmétique dite élémentaire, est une compétence très composite qui s'analyse en un grand nombre de compétences distinctes dont la construction « spontanée » où l'appropriation par l'élève recouvre une très longue période de temps.

Dès l'âge de 3 ou 4 ans, certaines compétences concernant l'addition et la soustraction sont acquises par les enfants, pour des situations de type « état initial connu, transformation connue, trouver l'état final », pour des valeurs numériques très petites ($<$ 3 ou 4) et pour des domaines de référence familiers. Pourtant, certains problèmes d'addition et de soustraction donnent encore lieu à des échecs majoritaires chez les élèves de 15 ans ; il en va de même pour certains problèmes de multiplication et de division.

Entre ces deux moments du développement et de l'apprentissage, les élèves rencontrent des classes de problèmes d'une grande diversité, élargissent le champ d'application des procédures initialement comprises à des domaines toujours plus larges de valeurs numériques (nombre $>$ 10, grands nombres, nombres décimaux, fractions, nombres irrationnels...) et à des domaines de référence nouveaux (grandeurs spatiales, grandeurs physiques, etc.) ; ou bien au contraire, ils sont amenés à rejeter des procédures erronées, associées à des conceptions trop frustes, et à leur substituer des procédures conceptuellement plus fortes ou plus universelles. Des recherches nombreuses ont permis de décrire ce processus (Carpenter et Moser, 1983 ; Riley, Greeno, Heller, 1983 ; Nesher, 1982 ; Ricco, 1982 ; Comiti, Bessot, Pariselle, 1980 ; Resnick, 1983 ; Behr, Lesh, Post, 1983 ; Hart, 1981 ; Douady, 1984 ; Karplus, 1983 ; Brousseau, 1981 ; Dupuis, Pluvinage, 1981)

Pendant toute cette période, les enfants font usage ou sont censés faire usage de signifiants spécifiques (diagrammes d'Euler-Venn, schémas, tableaux, égalités et équations, graphiques), et bien entendu, du signifiant général qu'est le langage naturel : les problèmes sont toujours présentés avec l'aide partielle sinon totale du langage naturel, et les enfants sont amenés à accompagner le processus de résolution dans lequel ils sont engagés par de multiples activités langagières qui concernent l'extraction des informations pertinentes, le raisonnement et le choix des opérations, le comptage, l'argumentation avec les autres élèves et le maître.

L'algèbre constitue un système stable et institutionnalisé pour la mathématisation des situations ; et la résolution des équations algébriques implique une variété de concepts parmi lesquels ceux d'inconnue, de variable, de fonction, de paramètre, etc., dont les représentations symboliques (lettres et signes réservés ou non, graphiques...) ne sont pas sans graves ambiguïtés : par exemple, on peut montrer que le signe « — » désigne des opérations aussi diverses que celles de transformation directe négative, de complément, d'inversion, d'abscisse négative, de décomposition de transformations... (Vergnaud, 1982 ; Marthe, 1982 ; Escarabajal, 1984).

Beaucoup des compétences élémentaires impliquées dans les activités mathématiques sont de véritables schèmes qui permettent de gérer des processus complexes de résolution dans lesquels il existe plusieurs types de variables d'entrée, plusieurs types de variables de sortie et plusieurs types de planification, de réglage et de contrôle ; il faut aussi recourir à plusieurs types de signifiants, et il existe plusieurs fonctions distinctes de ces signifiants.

L'analyse de cet enchevêtrement de fonctions psychologiques est évidemment complexe, mais le tableau des classes de problèmes auxquels l'élève peut être confronté, des procédures correctes ou erronées qu'il peut utiliser, des formes symboliques auxquelles il peut recourir, et des difficultés plus ou moins durables qu'il peut rencontrer, s'avère plus simple qu'il n'y paraît a priori.

Il n'est pas possible de présenter un tel tableau dans le cadre de cet article, mais le lecteur peut se reporter à quelques articles et ouvrages de synthèse (Bell, Costello, Kuchemann, 1983 ; Lesh et Landau, 1983 ; Ginsburg, 1983 ; Vergnaud, 1981)

Je me contenterai ici de souligner les enseignements qu'on peut tirer de ce tableau pour la psychologie cognitive. J'en distinguerai quatre :

1 – Qu'est-ce qu'un concept ?

2 – Pourquoi faut-il étudier des champs conceptuels ? ou des champs cognitifs d'une certaine ampleur ?

3 – Quelles articulations faut-il considérer entre l'adaptation au réel et les différents éléments constitutifs de la représentation ?

4 – Qu'est-ce qu'un schème ?

1. QU'EST-CE QU'UN CONCEPT ?

Pour le psychologue qui veut en étudier le développement et le fonctionnement, un concept $\mathscr{C}$ est nécessairement un triplet de trois ensembles $C = (S, I, \mathscr{S})$.

S : ensemble des situations qui donnent du sens au concept.

I : ensemble des invariants opératoires qui sont sous-jacents au traitement de ces situations par le sujet.

$\mathcal{S}$: ensemble des signifiants (ou symbolisations) qui permettent de représenter les invariants, les situations, les procédures de traitement.

Situations : Les concepts d'addition ou de soustraction, par exemple (mais cela est vrai pour le concept de force, le concept de courant électrique, le concept d'intersection...) prennent leur sens dans une variété de situations et de classes de problèmes dont il faut analyser les caractéristiques, et qu'il faut classer de manière précise et exhaustive.

Cette référence aux situations est indispensable pour plusieurs raisons :

– une raison d'ordre fonctionnaliste, qui concerne le sens des apprentissages et des discours. Dans quelles situations a-t-on besoin d'additionner ou de soustraire ? Pour répondre à quelles questions ?

– une raison d'ordre structuraliste qui concerne la diversité des tâches cognitives impliquées par des situations différentes : ce n'est pas la même chose de faire une soustraction pour trouver une différence (Pierre a 5 bonbons, Julie a 8 bonbons, qui a le plus et combien de plus ?), pour retrouver l'état initial d'une collection qui s'est agrandie (Robert vient de gagner 4 billes, il en a maintenant 9, combien en avait-il avant de jouer ?), ou simplement pour savoir ce qui reste après une consommation (Stéphane avait 8 bonbons, il en a mangé 3, combien lui en reste t il ?) ;

– une raison d'ordre développemental et épistémologique : comment l'élève maîtrise-t-il progressivement ces différentes structures ? Quelle contradiction y a til entre telle situation et telle conception de l'élève ? Que faire pour faire évoluer et enrichir les conceptions de l'élève et donner du sens à certains apprentissages (la manipulation des nombres négatifs par exemple) ?

Invariants : Chaque classe de situations, pour être traitée, appelle des opérations de pensée précises qu'il faut analyser dans le détail. Ces opérations de pensée reposent toujours sur la reconnaissance d'invariants, soit qu'il s'agisse d'extraire une propriété, une relation ou un ensemble de relations (c'est-à-dire de modéliser une situation), soit qu'il s'agisse de lui appliquer un théorème vrai, non nécessairement explicite. Voici deux exemples :

Les enfants de 4 ou 5 ans, lorsqu'ils réunissent deux collections, tendent à recompter les deux collections comme une seule collection (counting all). Ce n'est guère économique, et cela n'implique nullement la compréhension de l'addition. Ne pas recompter le tout, mais au contraire repartir du cardinal du premier ensemble et continuer à compter « 5...6-7-8 », ou mieux encore, déclarer « 5 + 3... 8 », repose sur l'utilisation implicite de l'axiome d'addition de la théorie de la mesure,

$$\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$$

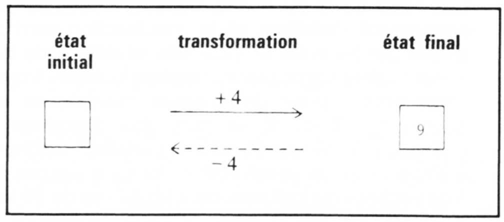
pourvu que A et B soient disjoints.

Cet axiome dit en effet qu'il revient au même de recompter le tout (card A ∪ B) ou de faire l'addition de card (A) et de card (B). C'est ici l'action du sujet (ne pas recompter le tout) qui sert de critère pour affirmer que le sujet tient pour vraie cette relation, au moins pour les valeurs numériques considérées (5 et 3) et pour le domaine de référence concerné (bonbons, billes, etc.). D'où l'expression de « *théorème-en-acte* » que nous utilisons pour caractériser les invariants relationnels sous-jacents à l'activité de traitement mise en œuvre par le sujet.

Le deuxième exemple concerne l'application d'une soustraction au problème déjà cité plus haut :

Robert vient de gagner 4 billes, il en a maintenant 9, combien en avait-il avant de jouer ?

Certains enfants de 7 ou 8 ans ne voient pas pourquoi on ferait une soustraction alors que Robert vient de gagner des billes (car « gagner » est associé à l'idée d'addition) ; il faut aussi saisir dans son ensemble la relation entre les trois termes pour comprendre qu'il faut soustraire, comme l'indique le schéma suivant :



il faut soustraire 4 pour retrouver l'état initial.

Signifiants : Ce dernier exemple montre l'usage qui peut être fait d'un signifiant particulier, le schéma fléché. Il se trouve que cette symbolisation particulière est de nature à aider les jeunes élèves à comprendre les relations en jeu dans certaines situations d'addition et de soustraction. Il existe évidemment d'autres représentations symboliques possibles (éventuellement plus efficaces pour d'autres classes de problèmes). Certaines explications verbales sont évidemment utiles ou indispensables pourvu qu'elles renvoient de manière univoque aux éléments pertinents de la situation (et ce n'est pas toujours le cas).

Ainsi un concept renvoie nécessairement à plusieurs situations, à plusieurs invariants, à plusieurs symbolisations possibles. Le concept de nombre ne saurait par exemple être réduit à l'invariant sous-jacent à l'épreuve de conservation des quantités discrètes Il existe plusieurs autres invariants préalables, et de nombreux autres invariants lui succèdent. Il existe aussi de nombreuses s tuations différentes qui concernent le concept de nombre. Il existe enfin, plusieurs catégories de signifiants numériques et plusieurs fonctions de ces signifiants: ce n'est pas la même chose d'accompagner verbalement un dénombrement, une opération de division, ou un raisonnement.

2. POURQUOI FAUT-IL ÉTUDIER DES CHAMPS CONCEPTUELS ? OU DES CHAMPS COGNITIFS D'UNE CERTAINE AMPLEUR ?

Nous venons de voir qu'un concept renvoie à plusieurs situations. Mais réciproquement, une situation renvoie à plusieurs concepts. Et le développement des connaissances d'un enfant se fait à travers un ensemble relativement vaste de situations entre lesquelles il existe des parentés (analogies, contrastes, variations...) et pour l'analyse desquelles il faut faire appel à plusieurs concepts et à plusieurs types de symbolisations.

L'analyse des situations de multiplication et de division par exemple, fait appel à une grande diversité de concepts : proportion simple et multiple ; fonction linéaire et n-linéaire ; multiplication et division ; multiple, diviseur et quotient ; fraction et rapport ; analyse dimensionnelle ; espace vectoriel... Il existe également une grande variété de formulations possibles, et une grande variété de symbolisations : tableaux, graphiques, équations...

Il serait aberrant, dans ces conditions, d'étudier le développement ou l'apprentissage d'un seul concept, celui de division par exemple.

Si l'on veut comprendre comment sont organisées les multiples compétences qui permettent de traiter n'importe quel problème de proportion, et par exemple de le mettre en équation, il faut considérer un grand nombre de situations et repérer la variété des procédures et des symbolisations possibles pour chacune d'entre elles, ainsi que les traitements analogiques ou les ruptures qu'elles appellent. Il en va de même pour les problèmes d'addition et de soustraction.

Les parentés entre situations ne se laissent nullement réduire à des aspects logiques ou psycholinguistiques, ni à des modèles informatiques généraux.

Un champ conceptuel est d'abord défini par son contenu (dynamique, électrocinétique, structures additives, structures multiplicatives, logique des classes...) et une manière commode d'en désigner l'étendue est de se référer à l'ensemble des situations qui contribuent à lui donner du sens, et qui illustrent la variété des propriétés et théorèmes qu'il contient : un théorème de mécanique ou un théorème d'arithmétique ne se laissent pas décrire par une forme purement logique ou psycholinguistique.

Le terme « conceptuel » est restrictif parce qu'il suppose, comme nous l'avons dit plus haut, un usage explicite de signifiants. Or il existe beaucoup d'activités cognitives pour lesquelles il n'est pas raisonnable de penser que le sujet pourrait exprimer les invariants et les calculs dont ces activités sont faites. Un seul exemple emprunté aux activités de déplacement du corps dans l'espace suffira ; mais d'autres exemples pourraient être recherchés dans les activités technologiques et dans les conduites affectives. Le concept de schème s'applique bien à ces activités, notamment celui de schème sensori-moteur. Mais les schèmes sensori-moteurs ne sont ni stéréotypés, ni isolés les uns des autres ; et ils mettent en jeu la représentation : « monter un escalier tournant dont les marches ont 20 centimètres de haut, à reculons et en transportant un meuble avec un partenaire » n'est pas sans rapport avec la compétence qui consiste à « monter un escalier droit avec des marches de 15 centimètres ». Si ces deux compétences faisaient l'objet de recherches systématiques, il serait aberrant d'étudier la première sans faire référence à la seconde. Les schèmes sensori moteurs forment eux aussi des champs cognitifs et comportent comme les concepts, une part importante de transposabilité et de généralisabilité. Il est urgent de reconnaître, en psychologie cognitive, la nécessité d'étudier des champs de connaissances assez larges, pour qu'il soit possible d'en comprendre les filiations et les ruptures.

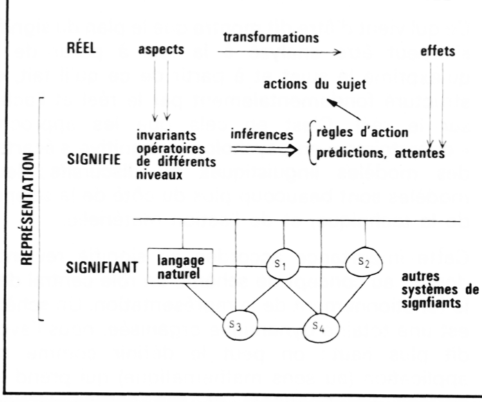
3. QUELLES ARTICULATIONS ENTRE L'ADAPTATION AU RÉEL ET LES DIFFÉRENTES COMPOSANTES DE LA REPRÉSENTATION ?

L'adaptation au réel ne peut pas avoir d'autres critères que celui de la conformité entre les attentes du sujet et les effets réels qui se produisent, et celui de l'action efficace.

La représentation ne peut pas être fonctionnelle si elle ne joue pas de rôle dans le réglage de l'action et des attentes du sujet. On ne voit pas dans ces conditions comment il serait possible d'éviter le recours au concept d'homomorphisme entre certains aspects du réel et leur représentation mentale. En outre, l'action elle-même joue un rôle décisif dans l'élaboration même de cette représentation, puisque c'est par ses actions et ses attentes que le sujet élabore et corrige ses représentations. L'action peut même servir à interroger le réel plus qu'à le transformer, comme c'est le cas dans l'activité expérimentale et dans la science.

SCHÉMA I

RAPPORTS ENTRE REPRÉSENTATION ET RÉEL



Les signifiants disponibles, sociaux pour la plupart d'entre eux, peuvent évidemment jouer un rôle important dans cette adaptation au réel, mais il faut aussi reconnaître que c'est essentiellement au plan du signifié que se règlent les rapports entre réel et représentation.

Le schéma I résume les relations multiples dont il est nécessaire de faire l'hypothèse pour comprendre le fonctionnement de la représentation.

1. La fonction de représentation vise à établir des homomorphismes entre réel et signifié :

$$\begin{tikzcd}
\text{aspects} \arrow[rr, "\text{transformation}"] \arrow[d, shift left] \arrow[d, shift right] & & \text{effets} \arrow[d, shift left] \arrow[d, shift right] \\
\text{invariants} \arrow[rr, Rightarrow] & & \text{prédictions}
\end{tikzcd}$$

2. La représentation calcule des règles d'action qui engendrent elles mêmes des actions. Ces actions ont pour but de transformer le réel, ou de l'interroger (écart effet-prédiction) et conduisent de ce fait à l'évolution adaptative du système d'invariants constitutifs de la représentation.

3. Les signifiants peuvent désigner des invariants, accompagner des inférences ou des prédictions, expliciter des règles d'action. Mais tout le travail qui s'accomplit au plan du signifié ne s'accompagne pas nécessairement de manipulations symboliques ; et en outre la correspondance n'est pas univoque entre le plan du signifié et celui du signifiant.

4. Les systèmes de signifiants sont en relation avec le signifié et sont en relation entre eux. Le langage naturel joue un rôle privilégié, mais n'est pas un intermédiaire obligé pour la relation entre un signifiant S_i et le signifié. Enfin, il serait aberrant d'imaginer une relation directe entre le réel et le plan du signifiant : les homomorphismes éventuels transitent nécessairement par le signifié.

4. QU'EST-CE QU'UN SCHÈME ?

Ce qui vient d'être dit montre que le plan du signifié, s'il peut être analysé à la fois à partir de ce qu'exprime le sujet et à partir de ce qu'il fait, est structuré fondamentalement par le réel et l'action sur le réel. C'est en cela que les approches « opératoires » en psychologie cognitive s'écartent des modèles linguistiques ou discursifs ; leurs modèles sont beaucoup plus du côté de la science, de la technique, et de l'action matérielle.

Cette importance accordée au signifié revient à donner au concept de schème un rôle central dans le fonctionnement de la représentation. Un schème est une totalité dynamique organisée, nous l'avons dit plus haut : on peut le définir comme une application (au sens mathématique) qui prend ses entrées (informations) et ses sorties (actions, commandes motrices) dans des espaces multidimensionnels. Le nombre de dimensions de chacun de ces espaces est éventuellement très grand, et en outre cette application est dynamiquement organisée et contrôlée. La neurobiologie du cerveau ne fait encore que caresser la possibilité de décrire le fonctionnement neuronal de tels schèmes (Changeux, 1983). La psychologie cognitive se doit d'identifier des éléments macroscopiques significatifs, permettant des analyses fiables, des différenciations, des filiations. C'est en ce sens qu'il me paraît indispensable d'analyser le concept de schème en quatre catégories d'éléments :
- des invariants opératoires,
- des inférences ou calculs,
- des règles d'action,
- des prédictions ou attentes,

c'est-à-dire dans les catégories mêmes qui ont permis plus haut de caractériser le signifié. Cela veut dire que c'est le schème qui est la meilleure unité pour étudier la représentation. Mais cette totalité qu'est le schème n'en est pas moins composée, d'une part de schèmes plus élémentaires, comme le montrent l'exemple du schème du dénombrement ou celui de l'escalier à reculons, d'autre part, d'éléments cognitifs distincts dont on peut percevoir les manifestations dans ce que peut faire et dire un sujet en situation : par exemple des conduites observables existent, qui témoignent de l'existence des calculs et des attentes, mais leur contenu n'est pas pour autant aisément identifiable. Les concepts de règle et d'invariant sont justement des éléments indispensables pour caractériser le contenu des schèmes.

Les règles d'action constituent un niveau relativement proche de l'action observable. Les recherches sur la simulation de la pensée et d'autres recherches de psychologie cognitive, sur les algorithmes par exemple, ont fait accepter largement le concept de règle. Peut être parce que la tradition behavioriste et positiviste en psychologie n'en était pas gravement heurtée.

Les invariants opératoires, dont Piaget est le premier psychologue à avoir montré l'importance (objet permanent, conservations), ne sont pas aussi largement reconnus par la psychologie cognitive aujourd'hui. Peut-être parce que le concept d'invariant a une résonance objectiviste (reflet du réel) qui ne sied pas à toutes les traditions théoriques en psychologie, et parce qu'il entraîne des révisions importantes dans la problématique et la méthodologie de la psychologie cognitive.

Si la fonction ultime de la représentation est *la conceptualisation du réel en vue de l'action efficace, alors les invariants opératoires, c'est-à-dire les objets, propriétés, relations et processus que la pensée découpe dans le réel pour organiser l'action,* constituent le noyau dur de la représentation, celui sans lequel ni les inférences, ni les règles d'action, ni les prédictions, ni les signifiants n'ont de sens.

C'est la science constituée qui nous fournit le meilleur modèle d'analyse des invariants.
Mais la science présente ce contenu dans un discours organisé où les invariants sont associés,

pour la plupart d'entre eux, à des correspondants symboliques langagiers et non langagiers (le formalisme mathématique, le dessin par exemple). Au niveau du schème, beaucoup d'invariants fonctionnent sans qu'aucun signifiant explicite leur soit associé. Et dans certains domaines pourtant bien explorés par la science, certains invariants au plan des schèmes ne sont pas ceux qui sont retenus par la science constituée. Pour les opérations arithmétiques, par exemple, le modèle d'opération unaire est beaucoup plus proche du fonctionnement des schèmes des élèves, que le modèle d'opération binaire privilégié par le mathématicien. *La psychologie cognitive est donc confrontée au double problème de tenir compte au plus près des savoirs sociaux constitués (scientifiques, techniques, culturels, pratiques...) et en même temps de ne pas rester prisonnière de leur description actuelle, de manière à analyser au plus près la formation et le fonctionnement des connaissances des sujets individuels.*

En outre, si l'histoire des sciences, des techniques et des autres savoirs sociaux montrent l'existence de concepts et de règles erronés, comment pourrait-il en être autrement au niveau des connaissances *privées* des sujets que sont les schèmes. Le psychologue observe donc des faux invariants, des règles erronées ou partielles, des inférences aberrantes et des attentes aveugles. C'est le prix payé par le sujet dans la construction de son expérience propre et dans l'appropriation des connaissances sociales.

Les schèmes, donc, organisent les conduites du sujet, à partir d'un découpage du réel en objets, propriétés et relations de différents niveaux et en recourant à des prises de position sur le réel (théorèmes-en-acte). Ces actes de pensée sont de véritables décisions du sujet, des prises de parti, qui ne sont pas simplement déduites des régularités observées par le sujet : un invariant peut certes résumer des régularités, il provient aussi d'une construction effectuée par le sujet à partir de ses propres analyses et hypothèses. La critique faite par Popper à l'empirisme logique (Popper, 1959) n'est pas valable seulement pour la science, mais aussi pour le savoir individuel. Les recherches sur la didactique et l'acquisition des connaissances mathématiques révèlent de nombreux exemples de telles décisions du sujet, en particulier lors de l'émergence de compétences nouvelles.

S'il est juste de considérer que le schème se situe essentiellement au plan du signifié, il serait erronné de penser que le travail au plan des signifiants n'est pour rien dans l'élaboration et le fonctionnement du schème. Au contraire, on peut observer le rôle des signifiants dans la construction des invariants (le nom désignant une classe d'objets, ou l'expression désignant une relation, un processus), dans les inférences (penser à voix haute, langage intérieur de Vygotsky...) dans les règles d'action et le contrôle de l'action (verbalisations accompagnant le geste, ou le déroulement d'une procédure...) et dans l'expression des attentes.

S'il est juste aussi de considérer que le schème a un caractère privé, il serait erroné de penser que son élaboration n'est pas, pour partie, organisée socialement. La mère, le maître, les aînés ou les pairs jouent à l'évidence un rôle dans le modelage des schèmes du sujet individuel. Mais l'élaboration d'un schème reste, pour une part inexpugnable, sous la responsabilité cognitive du sujet individuel, même dans les cas d'emprise sociale.

CONCLUSION

La psychologie cognitive est aujourd'hui au carrefour de plusieurs chemins. Tiraillée entre des modèles logiques, informatiques, neuro-biologiques, linguistiques, sociologiques, elle peut et doit prendre des idées ici et là. Mais une psychologie cognitive qui, sur le terrain de l'éducation et du travail notamment, veut décrire et comprendre la fonction adaptative de la représentation, ne peut s'en tenir à des modèles généraux, dont la portée s'avère vague ou limitée quand il s'agit de rendre compte du développement et de l'apprentissage des conduites opératoires.

Le contenu spécifique des connaissances pratiques et théoriques à acquérir doit être totalement pris en compte. Le psychologue se heurte alors à une double difficulté : d'une part il lui faut comprendre les savoirs en jeu et en mesurer la portée épistémologique (quels problèmes pratiques ou théoriques sont-ils résolus par tel concept ou telle technique ?) ; d'autre part, il lui faut conserver sa liberté pour décrire au plus près les cheminements d'un sujet qui découvre et apprend, selon des voies qui peuvent être totalement effacées dans le savoir constitué de l'expert.

En outre, les discours théoriques et les conduites pratiques qui sont constitutives des connaissances ne se laissent pas aisément décrire, leur interaction encore moins. C'est pourtant dans cette interaction entre le faire et le dire que le sujet apprend.

Notre analyse du *schème* et du *concept* vise à clarifier cette interaction.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BELL A.W., COSTELLO J., KUCHEMANN D.E. – *Review of research in mathematical education*, N.F.E.R./Nelson, 1983.

BEHR M.J., LESH R., POST T.R. – Rational-Number Concepts. in Lesh R., Landau M. (Eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press, 1983.

BROUSSEAU G. – Problèmes de didactiques des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1981, *21*, 37-127.

CARPENTER T.P., MOSER J.M., ROMBERG, T.A. (Eds) – *Addition and Subtraction : A Cognitive Perspective*. Hillsdale, New Jersey, Erlbaum, 1982.

CARPENTER T.P., MOSER J.M. – The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts. In Lesch R., Landau M. (Eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press, 1983.

CHANGEUX J.P. – *L'homme neuronal*. Paris, Arthème Fayard, 1983.

CHICHIGNOUD M.P. – Communication orale sur ses travaux en vue d'une thèse de troisième cycle, 1984.

COMITI C., BESSOT A., PARISELLE C. – Analyse de comportements d'élèves du cours préparatoire confrontés à une tâche de construction d'un ensemble équipotent à un ensemble donné. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1980, *1-2*, 171-217.

DAVYDOV V.V. – The psychological characteristics of the foundation of elementary mathematical operations in children. In Carpenter T.P., Moser J.M., Romberg T.A. (Eds), *Addition and Subtraction : A Cognitive Perspective*. Hillsdale, New Jersey, Erlbaum, 1982.

DOUARY R. – *Jeux de cadres et dialectiques outil objet dans l'enseignement des mathématiques. Une réalisation dans le cursus primaire*. Thèse de Doctorat d'État, Université Paris VII, 1984.

DUPUIS C., PLUVINAGE F. – La proportionalité et son utilisation. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1981, *2-2*, 165-212.

ESCARABAJAL M.C. – *Compréhension : Quel problème l'enfant résout-il ?* Université Paris VIII, Doc. ERA, *213*, 1984.

ESCARABAJAL M.C. – Compréhension et résolution de problèmes additifs. *Psychologie Française*, 1984, *29*, 247-252.

FISCHER J.P. – *La dénomination des nombres par l'enfant*. IREM de Strasbourg, 1984.

FUSON K.C. HALL J.W. – The Acquisition of Early Number Word Meanings : A Conceptual Analysis and Review. In Ginsburg M.P. (Ed), *The Development of Mathematical Thinking*. Academic Press, 1983.

GELMAN R., GALLISTEL C.R. – *The child's understanding of number*. Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press, 1978.

GINSBURG H.P. (Ed) – *The Development of Mathematical Thinking*. Academic Press, 1983.

HART K. – *Children's understanding of mathematics* (Vol. 11-16), London, Murray, 1981.

KARPLUS R., PULOS S., STAGE E.K. – Proportional Reasoning of Early Adolescents. In Lesch R., Landau M. (Eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Académic Press, 1983.

LESH R., LANDAU M. (Eds) – *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press, 1983.

MARTHE P. – *Problèmes de type additif et appropriation par l'élève des groupes additifs (Z, +) et (D, +) entiers relatifs et décimaux relatifs*. Thèse de doctorat de troisième cycle, Paris, Ecole des Hautes Études en Sciences Sociales, 1982.

NESHER P. – Levels of description in the analysis of addition and subtraction. In Carpenter T.P., Moser J.M., Romberg T.A. (Eds), *Addition and Subtraction : A Cognitive Perspective*. Hillsdale, New Jersey, Erlbaum, 1982.

POPPER K. – The Logic of Scientific Discovery. London, Hutchinson, 1959.

RESNICK L.B. – A Developmental Theory of Number Understanding. In Ginsburg H.P. (Ed.), *The Development of Mathematic Thinking*. Academic Press, 1983.

RILEY M.S., GREENO J.G., HELLER J.I. – Development of Children's Problem Solving Ability in Arithmetic. In Ginsburg H.P. (Ed.), *The Development of Mathematical Thinking*. Academic Press, 1983.

RICCO G. – Les premières acquisitions de la notion de fonction linéaire chez l'enfant de 7 à 11 ans. *Educational Studies in Mathematics*, 1982, *13*, 289-327.

STEFFE L.P., VON GLASERFELD E., RICHARDS J., COBB P. – *Children's counting types : Philosophy, Theory and Application*. New York, Praeger, 1983.

VERGNAUD G. – *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne, Peter Lang, 1981.

VERGNAUD G., A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter T.P., Moser J.M., Romberg T.A. (Eds), *Addition and Subtraction : A Cognitive Perspective*. Hillsdale, New Jersey, Erlbaum ; 1982.

VERGNAUD G. – Multiplicative Structures. In Lesh R., Landau M. (Eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press, 1983.

VERGNAUD G. – Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education : some theoretical and methodological issues. *For the Learning of Mathematics*, 1982, *32*, 31-41.

RÉSUMÉ

Le concept de représentation est essentiel pour analyser la formation des conceptions et des compétences. Cela suppose l'étude à la fois des systèmes symboliques explicites (conventionnels et non conventionnels) utilisés dans la communication, et des *schèmes* qui organisent l'activité. A partir de deux exemples (le schème du dénombrement et les schèmes mis en œuvre dans la résolution des problèmes d'arithmétique), on analyse ce qu'est un concept et ce qu'est un champ conceptuel.

Les schèmes forment, au plan du signifié, l'articulation indispensable entre les situations de références et les signifiants symboliques. Ils sont formés d'invariants, d'inférences, de règles d'action et de prédictions.