Développement et fonctionnement cognitifs dans le champ conceptuel des structures additives

In Développement et fonctionnement cognitifs
Gaby Netchine-Grynberg

Presses Universitaires de France (P.U.F.)
1990, pp.261-277
ISSN : 978-2130427094

Sous la direction de
GABY NETCHINE-GRYNBERG

développement et fonctionnement cognitifs chez l'enfant

puf

Développement et fonctionnement cognitifs dans le champ conceptuel des structures additives

*Gérard Vergnaud**

La psychologie connaît aujourd'hui des évolutions et des remises en cause importantes qui sont inégalement fondées. Il existe une crise, sans doute, mais certaines évolutions relèvent autant de la mode que de la recherche de la vérité. Ainsi en va-t-il par exemple, dans le domaine du cognitif, de la baisse d'intérêt pour les études sur le développement au profit des études sur le fonctionnement en situation.

Il existe sans doute des raisons légitimes à cette évolution : l'existence des déterminants circonstanciels des réponses et des conduites du sujet, le besoin de mieux connaître l'organisation et l'enchaînement de ses actions, etc.

Mais il existe aussi des phénomènes de mode comme par exemple le succès de la métaphore informatique : il est de fait plus aisé de modéliser des procédures de traitement que les états successifs du développement de la pensée et leur enchaînement.

On peut considérer d'ailleurs que les déséquilibres que connaît actuellement la recherche en psychologie tiennent à la fois à certaines erreurs du passé comme à certaines faiblesses théoriques actuelles. Comment avancer ?

Je me propose dans cet article de présenter quelques concepts qui permettent une meilleure intégration des perspectives. Ces concepts sont essentiellement ceux de schème,

* Directeur de recherches au CNRS, Université de Paris V, Laboratoire de Psychologie du Développement et de l'Education de l'Enfant, 46, rue Saint-Jacques, 75005 Paris.

de théorème-en-acte (plus généralement de connaissance-en-acte) et de champ conceptuel.

J'ai choisi l'exemple des structures additives, mais j'aurais pu prendre d'autres exemples dans la pensée rationnelle, pour montrer comment ces concepts permettent d'éclairer quelques problèmes théoriques délicats notamment :

— les relations entre procédure de traitement et représentation du réel ;
— les relations entre signifiant, signifié et référent :
— les relations entre fonctionnement et développement.

I – LE CONCEPT DE SCHÈME

Il s'agit sans doute du concept le plus important et le plus intégrateur de la psychologie. et pas seulement de la psychologie cognitive.

Par schème, on désigne une *organisation invariante de la conduite*, développée par un sujet individuel pour traiter une certaine classe de situations :

— Un schème n'est pas un comportement stéréotypé. c'est-à-dire une suite toujours identique de prises d'information et d'actions, mais une certaine manière invariante d'organiser la conduite en fonction de la situation particulière rencontrée.

— Alors qu'une suite d'actions est attachée à une situation particulière. le schème est associé à une classe de situations : c'est donc un universel.

— Le concept de schème relève de la psychologie des sujets individuels ; il est distinct des concepts sociologiques voisins de pratique ou d'habitus. non point que des individus différents ne puissent mettre en œuvre des schèmes à peu près identiques, mais les schèmes se forment et se transforment en fonction de l'histoire propre du sujet, des situations et des modèles qu'il rencontre et de la gestion qu'il est en mesure d'en faire. Les schèmes évoluent au cours du développement.

— Les schèmes sont distincts des compétences qu'ils produisent. Savoir résoudre telle classe de problèmes est une chose, c'est une compétence ; le faire de telle manière est une autre chose, c'est un schème. Les schèmes sont générateurs des compétences. Organisateurs de la conduite, les schèmes demandent nécessairement une observation et une analyse des conduites en situation.

Prenons quelques exemples dans le domaine du nombre et des structures additives.

1 / Le schème du dénombrement

Dénombrer une collection. c'est associer à cette collection un nombre qui en est le cardinal ou encore la mesure. Le cardinal permet de comparer les collections ; il permet aussi, par additions et soustractions, de calculer le cardinal d'une collection qui résulte de la combinaison par union ou complément de collections antérieurement dénombrées.

Les enfants développent à partir de 3 ans environ des compétences à dénombrer de plus en plus complexes et générales. Ces compétences résultent de la mise en œuvre de schèmes qui comportent certaines caractéristiques perceptivo-motrices : coordination des gestes, du doigt et de l'œil ; dans le processus d'exploration spatiale exhaustive et non répétitive des objets de la collection ; simultanément, émission parlée de la suite des mots-nombres (un, deux, trois, quatre, cinq...). Mais ces caractéristiques perceptivo-motrices du schème ne sont pas suffisantes ; deux autres caractéristiques cognitives doivent être mentionnées :

— la cardinalisation du dernier mot-nombre prononcé, qui désigne à la fois le dernier élément et le cardinal de la collection ; souvent ce mot est prononcé deux fois (un, deux, trois, quatre... quatre !) ;
— la biunivocité entre l'ensemble des objets, l'ensemble des gestes du doigt et des yeux et l'ensemble des mots prononcés.

Certains enfants échouent soit par défaut de l'une ou l'autre des correspondances biunivoques nécessaires, soit par erreur sur la suite des nombres, soit par défaut de cardinalisation.

Le schème du dénombrement s'applique d'abord à de très petites collections (3 ou 4 objets) puis à des collections plus grandes (de l'ordre de la dizaine ou de la quinzaine), puis encore plus grandes. Pour les grandes collections il fonctionne mal.

à cause des difficultés de contrôle de la biunivocité ; des schèmes supplémentaires doivent alors être développés.

Le schème du dénombrement évolue au cours de l'expérience et certaines parties peuvent être intériorisées : les gestes du doigt, le comptage à voix haute, la répétition du dernier mot-nombre.

Enfin, si ce schème est composé de règles d'exploration spatiale et des règles liées à la biunivocité (ne pas compter deux fois le même élément, les compter tous), il comporte aussi des aspects conceptuels essentiels qu'on ne peut ignorer, sauf à se méprendre totalement sur les conditions de fonctionnement du schème : cardinalisation et biunivocité sont des conditions nécessaires d'existence et de fonctionnement du schème.

2 / Les schèmes de l'addition et de la soustraction dans l'écriture décimale des nombres

Les nombres n'ont pas toujours été écrits avec le système de numération de position que nous connaissons aujourd'hui. L'une des raisons du succès de ce système d'écriture tient aux facilités avec lesquelles il permet de faire les quatre opérations. Pour l'addition et la soustraction, les règles sont relativement simples et ne comportent que deux idées importantes :

— l'addition (ou la soustraction) d'unités de même ordre : unités, dizaines, centaines... ;
— la retenue.

On considère souvent qu'il s'agit d'algorithmes, c'est-à-dire de systèmes de règles univoques permettant d'aboutir en un nombre fini de pas au résultat recherché. Il est exact, bien entendu, que ce sont des algorithmes. Mais d'une part les algorithmes sont des schèmes ayant une certaine caractéristique (l'effectivité), et d'autre part il est rare que l'exécution de l'une ou l'autre des opérations d'addition et de soustraction soit effectuée en suivant pas à pas les règles de l'algorithme. Chaque individu dispose de certaines routines et de certains raccourcis qui lui permettent d'aller plus vite que ne le permettrait le cheminement pas à pas ; et il dispose aussi de certaines procédures de contrôle.

L'analyse montre que ces schèmes-algorithmes portent à la fois sur des signifiants (les signes écrits sur le papier, disposés d'une certaine manière) et sur des signifiés (les nombres représentés, la valeur de chacun des chiffres, éventuellement les ensembles ou les objets dont ils sont la mesure...).

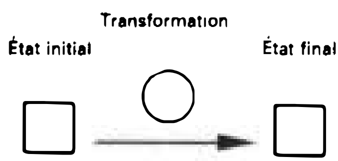
Le fonctionnement de ces schèmes implique donc à l'évidence des connaissances autres que des règles d'exécution des opérations, connaissances sans lesquelles ces schèmes ne sauraient fonctionner. Nous en verrons plus loin quelques éléments.

3 / Les schèmes de résolution des problèmes de type additif ou soustractif

Résoudre un problème d'arithmétique, c'est en premier lieu effectuer le bon choix des données à utiliser et des opérations à leur appliquer. Une seule opération peut éventuellement suffire ; il en faut souvent plusieurs.

Si le problème est donné en langage naturel, il fait en général référence à une situation qui n'est pas purement numérique ; des problèmes de conceptualisation spécifique se posent donc : recevoir et donner de l'argent, gagner ou perdre des billes, se déplacer dans telle ou telle direction, réunir des collections ou des grandeurs variées (masses, longueurs, volumes...).

De nombreux travaux montrent qu'on peut analyser ces problèmes à l'aide de quelques relations élémentaires : composition de mesures, transformation d'une mesure, comparaison entre deux mesures, composition de transformations et de relations, transformation d'une relation. Ces relations posent des problèmes de conceptualisation spécifiquement mathématiques : pour ne citer qu'un exemple, la relation à trois éléments :



donne lieu à six classes de problèmes, de difficulté inégale, dont quatre appellent une soustraction et deux seulement une addition.

La recherche de l'état initial est plus difficile que la recherche de la transformation, elle-même plus difficile que la recherche de l'état final. Ainsi la même relation n'est pas pensée d'un seul coup dans tous ses aspects.

Résoudre les deux problèmes suivants implique des opérations de pensée distinctes. même si elles aboutissent toutes deux à l'addition 5 + 7.

— Pierre avait 5 billes, il joue une partie avec Jean et il en gagne 7. Combien en a-t-il maintenant ?

— Robert vient de jouer une partie avec Bertrand. Il a perdu 7 billes. Il en a maintenant 5. Combien en avait-il avant de jouer ?

Choisir d'ajouter 7 à 5 n'a pas le même sens dans les deux cas et ne présente pas la même difficulté. Dans le problème Robert, cela revient à inverser la transformation directe et à l'appliquer à l'état final, ce qui suppose des connaissances non triviales pour un enfant de 7 ou 8 ans.

Nous appelons théorème-en-acte une telle connaissance, parce qu'elle n'est pas en général exprimée :

$$F = T(I) \Rightarrow I = T^{-1}(F)$$

F = état final, T = transformation, I = état initial.

La validité de ce théorème est limitée, pour l'enfant, à des valeurs numériques simples et à des domaines familiers de son expérience ; il n'en s'agit pas moins d'un théorème. ayant une certaine généralité.

Les schèmes de résolution des problèmes de type additif comportent ainsi des connaissances diverses, notamment des moyens pour repérer les indices pertinents dans les énoncés. Ils comportent aussi des méthodes plus générales, comme celle qui consiste à partir de la grandeur à calculer et à remonter aux grandeurs qui seraient nécessaires à ce calcul, puis à répéter l'opération sur ces nouvelles grandeurs, de manière à progresser de proche en proche jusqu'au moment où, disposant des informations nécessaires, on peut effectuer les calculs et redescendre vers le résultat recherché.

L'algèbre procède différemment de l'arithmétique sur ce point. et les schèmes de mise en équation et de traitement des équations sont d'une nature très sensiblement différente, tout en s'appuyant sur l'arithmétique.

A ce point de l'exposé, il n'est pas superflu de remarquer que les schèmes, tels que nous les analysons, comportent plusieurs sortes d'éléments :

— des règles de production de la suite des actions ;
— des anticipations ;
— des inférences : un certain calcul relationnel se fait nécessairement en situation, reflétant l'adaptabilité du schème ;
— des concepts, implicites le plus souvent, mais qui peuvent être explicités par le sujet. Le concept de cardinal, la décomposition polynomiale des nombres écrits en numération de position, les théorèmes-en-acte sont des constituants d'ordre conceptuel. On peut les désigner après Piaget, sous le terme générique d' « invariants opératoires » puisqu'ils représentent tous des propriétés, des relations ou des objets invariants du réel.

II – LE CONCEPT DE THÉORÈME-EN-ACTE

Les théorèmes-en-acte ne sont pas la seule forme de conceptualisation du réel à l'œuvre dans les schèmes. Une catégorie, une propriété ou une relation génériques, un objet unique comme un objet familier ou une personne, sont aussi constitutifs des schèmes. Les théorèmes-en-acte supposent d'ailleurs nécessairement une certaine catégorisation du réel.

Mais le concept de théorème-en-acte permet de mieux affirmer que les schèmes reposent nécessairement sur la représentation : en effet, un théorème-en-acte a la forme logique d'une proposition tenue pour vraie sur le réel, même si cette proposition et cette vérité ne sont qu'implicites et d'une portée limitée. Le plus simple est de donner quelques exemples de théorèmes-en-acte :

— Le cardinal d'un ensemble ne dépend pas de l'ordre dans lequel on compte ses éléments.

— Cardinal $(A \cup B)$ = cardinal (A) + cardinal (B) pourvu que A et B soient disjoints.

Ce théorème est en fait l'axiome qui fonde l'opération d'addition, puisqu'il permet d'économiser le recomptage du tout ($A \cup B$) quand on connaît le cardinal de chacune des parties (A et B) :

$$m + n = m \underbrace{+ 1, + 1, \ldots, + 1}_{n \text{ fois}}$$

Ce théorème permet d'additionner deux nombres, quand on ne connaît pas le résultat par cœur, en comptant n fois en avant à partir de m.

— Le cardinal d'un ensemble ne dépend pas de la disposition des éléments dans l'espace (conservation des quantités discrètes).

$m + n = n + m$ (commutativité en acte) : par exemple $3 + 6 = 6 + 3$. Au lieu de compter, à partir de 3, 6 pas en avant, on peut aussi bien compter, à partir de 6, 3 pas en avant ; la procédure est plus rapide et plus fiable.

$T = F - I$. La transformation T est égale à la différence entre l'état initial I et l'état final F. Elle est positive si F est plus grand que I, négative dans le cas inverse.

$I = T^{-1}(F)$. L'état initial s'obtient en appliquant à l'état final la transformation inverse de la transformation directe : si T est une augmentation (gain, recette, avance...), T^{-1} est une soustraction ; si T est une diminution (perte, dépense, recul...), T^{-1} est une addition.

— Dans le cas de la composition de deux transformations :

$$T_1 \circ T_2 = T_3$$

par exemple de deux parties de billes, ou bien de deux déplacements, ou encore de deux opérations de dépense ou de recette, on peut calculer l'une des transformations élémentaires en composant l'inverse de l'autre transformation élémentaire avec la transformation composée. par exemple :

$$T_1 = T_3 \circ T_2^{-1}$$

Prenons un exemple : Thierry a joué deux parties de billes. Il a oublié ce qui s'est passé à la première partie. A la seconde partie. il a perdu 7 billes. En tout il a gagné 5 billes. Que s'est-il passé à la première partie ?

Voici la solution formelle (elle implique le concept de nombre relatif) :

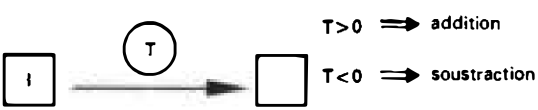
$$T_1 = (+5) + (-7)$$
$$T_1 = +5 + 7 = +12$$

Thierry avait gagné 12 billes à la première partie.

Ce problème est en fait très difficile pour les élèves : 75 % échouent en 6e. Le théorème de la composition des transformations n'est donc pas acquis, en tout cas pas sous sa forme générale, mais il suffit de remplacer « gagné 5 billes » par « perdu 15 billes » pour que 95 % des élèves de 6e réussissent.

Cette différence considérable dans les taux de réussite en fonction de la valeur des variables d'énoncé ou des variables de situation auxquelles s'appliquent les schèmes (et donc les théorèmes-en-acte) est une question essentielle. Un schème apparaît d'abord pour des valeurs privilégiées des variables (petits nombres entiers, domaines familiers de l'expérience, transformation ou relations de même signe...). Cela ne l'empêche pas d'avoir une certaine généralité, mais cette généralité se borne à un domaine limité de variation des variables de situation. Il faut parfois une petite révolution intellectuelle pour que le domaine d'application du schème s'élargisse à des valeurs nouvelles, pour lesquelles le choix de l'opération requise est éventuellement contre-intuitif, comme dans l'exemple du problème « Thierry ».

En effet, les premières situations d'addition et de soustraction comprises par l'enfant, vers 4 ou 5 ans, associent l'addition à l'accroissement d'une quantité initiale donnée et la soustraction à la diminution d'une quantité initiale donnée.



Pour les enfants qui s'en tiennent à cette conception limitée, il est contre-intuitif de choisir une addition dans le problème « Robert » (vu plus haut) et dans le problème « Thierry ». La résolution du problème « Robert » par une addition demande une opération de pensée supplémentaire : l'inversion de la transformation directe. Certains enfants, qui ne maîtrisent pas cette opération, préfèrent éventuellement tenter une autre procédure : faire une hypothèse sur l'état initial, appliquer la transformation directe (soustraction), obtenir ainsi un résultat, et corriger l'hypothèse initiale jusqu'à l'obtention du bon résultat. En fait, beaucoup d'enfants de 7 ans tentent simplement d'appliquer la transformation directe à l'état final ; dans le problème « Robert », cela est impossible puisque la transformation est plus grande en valeur absolue que l'état final et qu'on ne peut donc soustraire l'une de l'autre ; ils sont alors tout à fait décontenancés.

La résolution du problème « Thierry » par une addition soulève des problèmes conceptuels encore plus redoutables. Sa solution requiert en principe le concept de nombre relatif et les opérations d'addition et de soustraction dans Z. Les élèves de sixième n'évoquent pratiquement pas le concept de relatif, même s'ils l'ont abordé en classe, *a fortiori* s'ils ne l'ont pas abordé. Mais ceux qui résolvent le problème « Thierry » tel qu'il est donné dans l'énoncé, avec les valeurs « perdu 7 » et « gagné 5 » font appel à des opérations de pensée qui sont presque équivalentes au concept de relatif, et qui peuvent être objectivées dans ce concept.

On voit par ces exemples que seule une approche développementale permet de situer les unes par rapport aux autres les différentes compétences à l'œuvre dans le domaine des structures additives, et que l'étude du fonctionnement d'un enfant en situation est éclairée par la connaissance des étapes du développement, au moins autant qu'elle l'éclaire.

III – RÉFÉRENT, SIGNIFIÉ, SIGNIFIANT

En mettant en avant la diversité des situations dans lesquelles les enfants sont amenés à découvrir les différents aspects des concepts de nombre, d'addition et de soustraction, c'est à une théorie de la référence que nous convions la psychologie cognitive. Cette théorie de la référence fait cruellement défaut à la plupart des études sur la résolution de problème, aussi bien qu'aux études sur l'acquisition du langage. Elle demande un changement de point de vue assez radical puisqu'elle accorde la priorité à l'étude du processus de conceptualisation du réel, dans sa diversité, domaine par domaine. Le cadre théorique des « champs conceptuels » sur lequel nous reviendrons plus loin est issu de cette préoccupation.

Mais on voit aussi que, en mettant en avant le concept de schème et les questions relatives à l'organisation des conduites, nous faisons appel à une théorie de la représentation qui privilégie les rapports du signifié avec les situations de référence plutôt qu'avec le signifiant, c'est-à-dire avec le langage et les autres symbolisations susceptibles de représenter ce signifié. En effet, les schèmes et les invariants opératoires (catégories, propriétés, relations, théorèmcs-en-acte) doivent être analysés en priorité par rapport aux situations de référence auxquelles ils sont susceptibles de s'appliquer, plutôt que par rapport aux symbolisations qui peuvent en être faites.

Pourtant il serait radicalement faux d'imaginer que les schèmes peuvent fonctionner sans faire appel au signifiant, ou, *a fortiori*, que la conceptualisation du réel peut se passer de signifiants. Si l'étude des schèmes sensori-moteurs peut échapper dans une certaine mesure à cette question (et encore !), il n'est pas envisageable d'avancer une théorie des schèmes intellectuels qui passerait sous silence les fonctions du signifiant, dans leur fonctionnement et leur développement.

Reprenons nos exemples :

— Le schème du dénombrement demande, pour fonctionner, que soit exprimée à voix haute chez le jeune enfant, la suite des nombres (un, deux, trois...) en même temps que sont exécutés les gestes de la main, du doigt et de l'œil. La cardinalisation est elle-même marquée par la répétition du dernier mot-nombre ou par un changement d'intonation.

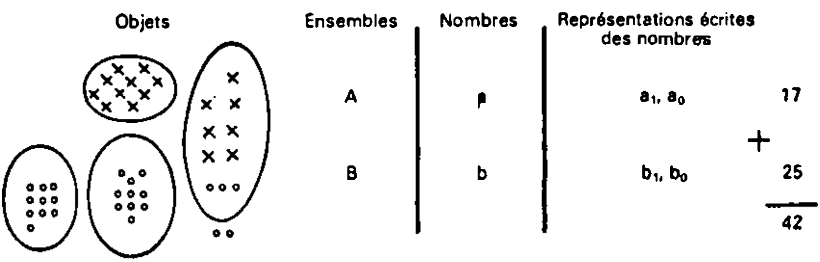
— Les opérations d'addition et de soustraction seraient impossibles pour la plupart des nombres à plus d'un chiffre sans le secours des signifiants écrits (en numération de position), et sans l'accompagnement verbal (à voix haute ou murmurée) de certaines phases d'exécution des schèmes concernés, par exemple : « 7 + 5, 12 je pose 2 et je retiens 1 ».

L'étude de l'apprentissage du schème-algorithme de l'addition, et l'analyse des opérations de pensée mises en jeu, mettent d'ailleurs bien en lumière la complexité des processus cognitifs, puisque l'enfant travaille simultanément à plusieurs niveaux (les objets, les ensembles, les nombres, la représentation des nombres) et opère à la fois en manipulant les objets (opérations spatiales), en réunissant les ensembles (union), en faisant la somme des nombres correspondants, et en exécutant sur les symboles écrits, les opérations symboliques nécessaires :

Par exemple :

$$\begin{array}{r} \\ 17 \\ +\ 25 \\ \hline \\ \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 17 \\ +\ 25 \\ \hline 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 17 \\ +\ 25 \\ \hline 42 \end{array}$$

Si l'on fait en sorte que l'enfant puisse en même temps avoir recours à des ensembles d'objets de 17 et 25 éléments, qu'il peut manipuler pour saisir la signification de la retenue,



on peut montrer que la compréhension de l'algorithme implique nécessairement deux théorèmes-en-acte :

$$\text{cardinal } (A \cup B) = \text{cardinal } (A) \dotplus \text{cardinal } (B)$$
$$\text{écriture } (a \dotplus b) = \text{écriture } (a) + \text{écriture } (b)$$

et le théorème-en-acte résultant de la composition des deux précédents :

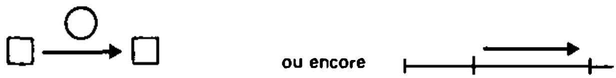
$$\text{écrit } (\text{card } (A \cup B)) = \text{écrit } (\text{card } (A)) + \text{écrit } (\text{card } (B))$$

$\cup$ symbole de l'union ;
$\dotplus$ symbole de la somme ;
$+$ symbole de l'algorithme ;
cardinal (card) : application des ensembles dans les nombres ;
écriture (écrit) : application des nombres dans les représentations écrites des nombres.

D'autres systèmes de signifiants sont utilisables et utilisés pour représenter les relations en jeu dans les situations d'addition et de soustraction :

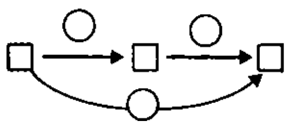
— pour la composition de cardinaux ou de mesures

— pour la transformation d'états



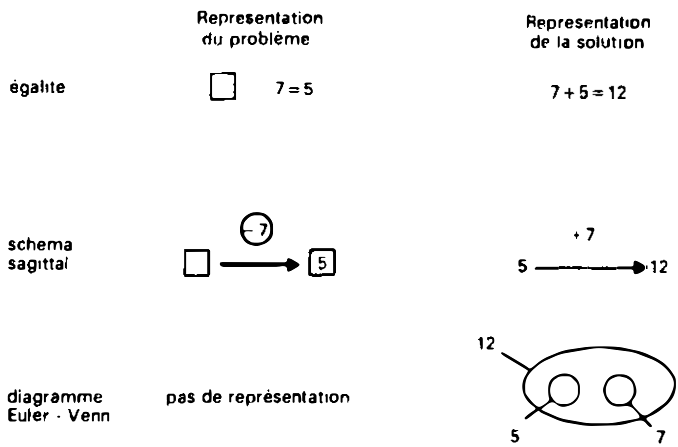
— pour la comparaison

— pour la composition de transformations



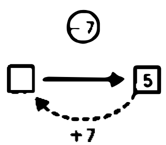
etc.

On peut montrer que la représentation par ces signifiants peut contribuer à la conceptualisation, et peut éventuellement y faire obstacle si l'enfant veut utiliser un signifiant non pertinent ou si on n'a mis à sa disposition qu'un signifiant non pertinent. On peut aussi observer, dans certains cas, que le signifiant ne sert à rien, car il suppose, pour être compris et utilisé, que soient préalablement pensées les relations représentées. La place manque pour donner plusieurs exemples ; contentons-nous de montrer que le problème « Robert » n'est pas représentable dans tous les systèmes de signifiants :



La sémantique des diagrammes d'Euler-Venn ne permet pas de représenter les transformations négatives.

Par contre, le schéma sagittal permet de représenter de manière particulièrement simple à la fois le problème et sa solution.



— Un dernier exemple nous permettra de voir comment l'accompagnement par le langage peut être essentiel dans le fonctionnement d'un schème, notamment dans les fonctions de planification et de contrôle des actions. Cet exemple est emprunté à Danièle Morange, qui termine une thèse sur cette question.

— *Situation :* Véronique a acheté 24 cartes postales. Elle a écrit à ses amis. Il lui reste maintenant 11 cartes postales. Quelle question pourrait-on se poser ?

— *Protocole Charlotte :*

Charlotte : On pourrait se demander combien elle en a utilisé. (Elle prend des jetons.) Je vais en prendre 24. 1, 2, 3...

et 24 ça y est. Alors je vais en garder 11 ; maintenant je vais en prendre 11 ; 5 et 6 alors ça fait... ça me fait 10 déjà, alors il m'en manque une ; en voilà un... alors là y'en avait 11, je vérifie parce que... 1, 2, 3... 10, 11.

Alors là j'en ai 11, j'écris là (elle montre son cahier), il m'en reste combien ? 2, 4, 6... 12, 14. Y'en a 14.

Expérimentateur : Tu es sûre ?

Charlotte : 1, 2, 3... 13, Ah 13 !

Expérimentateur : Qu'est-ce que tu peux dire ?

Charlotte : C'est les 13 cartes postales qu'elle a envoyées.

Ce protocole illustre les fonctions d'annonce de l'activité langagière (je vais, maintenant je vais), d'établissement des faits (ça fait, ça me fait), de contrôle (là y'en avait, je vérifie). Il montre également la transformation qui s'opère entre la mise en œuvre du schème par le sujet (j'en ai, j'écris là, il m'en reste) et la communication publique et dépersonnalisée du résultat (y'en a 14, c'est les 13 cartes postales qu'elle a envoyées).

CONCLUSION

Le concept de schème est essentiel à la psychologie cognitive. On peut le considérer à la fois comme une totalité dynamique qui exprime l'organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée, et comme un ensemble analysable en quatre sortes d'éléments :

— des invariants opératoires ;
— des inférences ;
— des règles d'action ;
— des anticipations.

Cette analyse du schème est notamment nécessaire lorsqu'on veut cerner les différentes phases par lesquelles passe le développement d'un schème ou d'une classe de schèmes apparentés : les invariants opératoires (catégories, propriétés, relations, théorèmes-en-acte) et les règles qui en découlent sont l'objet de transformations et d'enrichissements très importants.

Cette analyse du schème est également nécessaire pour l'étude du fonctionnement cognitif en situation, notamment lors des phases d'apprentissage et de découverte ; il est plus instructif, pour la psychologie, d'étudier les schèmes en voie d'élaboration ou de consolidation que les schèmes déjà très automatisés.

Cette analyse du schème est enfin indispensable pour comprendre les rapports entre langage et pensée, entre signifiants et signifiés, à condition qu'on ne mette jamais entre parenthèses les situations de référence qui permettent seules de comprendre l'évocation, la pertinence relative et la transformation des schèmes.

Un concept est donc un triplet de trois ensembles :

— un ensemble S de situations de référence ;
— un ensemble I d'invariants opératoires ;
— un ensemble φ de signifiants.

Aucun concept ne se forme dans un seul type de situation, ni ne comporte une seule propriété, ni ne se représente d'une seule manière.

L'étude du développement et du fonctionnement d'un concept suppose donc qu'on recoure à une diversité de situations de référence, qu'on analyse différentes propriétés du concept et différentes connaissances-en-acte susceptibles d'être utilisées dans les schèmes qui organisent la conduite du sujet en situation, enfin qu'on repère différentes fonctions du langage et de la symbolisation dans les processus de conceptualisation du réel et dans le fonctionnement des schèmes mis en œuvre par les sujets.

Cela n'a guère de sens, dans ces conditions, d'étudier le développement ou le fonctionnement d'un seul concept, ou d'un seul schème ou, *a fortiori*, d'une seule propriété. Il faut au contraire étudier des champs conceptuels, en entendant par « champ conceptuel » un ensemble relativement large de situations de référence, d'invariants opératoires et de signifiants en étroite interaction les uns avec les autres. Les structures additives forment un tel champ conceptuel.

Seule une telle approche peut permettre de rendre compte à la fois du développement cognitif à long terme et du fonctionnement en situation. Elle implique le recours à une grande variété de situations et d'analyses. Les évolutions cognitives se font soit par ajout, soit par concaténation et combinaison, soit par révolution. Les recherches sur l'apprentissage et la recherche en didactique, accordent nécessairement une part importante aux processus de stabilisation des schèmes et aux phases de déstabilisation. Il existe de grandes différences interindividuelles, mais la diversité des moyens dont dispose un même individu est elle-même relativement grande.

BIBLIOGRAPHIE

Carpentier T. P., Moser J. M., Romberg T. A. (Ed.), *Addition and subtraction : A cognitive perspective*, Hillsdale (New Jersey), Erlbaum, 1982.

Carpenter T. P., Moser J. M., The acquisition of addition and subtraction concepts, *in* R. Lesch, M. Landau (Eds), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, Academic Press, 1983.

Comiti C., Bessot A., Pariselle C., Analyse de comportements d'élèves du cours préparatoire confrontés à une tâche de construction d'un ensemble équipotent à un ensemble donné, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1980, n° 1-2, 171-217.

Davydov V. V., The psychological characteristics of the foundation of elementary mathematical operations in children, *in* T. P. Carpenter, J. M. Moser, T. A. Romberg (Eds), *Addition and subtraction : a cognitive perspective*, Hillsdale (New Jersey), Erlbaum, 1982.

Fuson K. C., Hall J. W., The acquisition of early number word meanings : A conceptual analysis and review, *in* M. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*, Academic Press, 1983.

Gelman R., Gallistel C. R., *The child's understanding of number*, Cambridge (Massachusetts), Harvard University Press, 1978.

Resnick L. B., A developmental theory of number understanding, *in* H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematic thinking*, Academic Press, 1983.

Riley M. S., Greeno J. G., Heller J. I., Development of children's problem solving ability in arithmetic, *in* H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*, Academic Press, 1983.

Vergnaud G., *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Berne, Peter Lang, 1981.

Vergnaud G., A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems, *in* T. P. Carpenter, J. M. Moser, T. A. Romberg (Eds), *Addition and subtraction : a cognitive perspective*, Hillsdale (New Jersey), Erlbaum, 1982.

Vergnaud G., Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education : some theoretical and methodological issues, *For the Learning of Mathematics*, 1982, *32*, 31-41.