Signifiants et signifiés dans une approche psychologique de la représentation

In Les Sciences de l'Education

AECSE Association des Enseignants et des Chercheurs en Sciences de l'Education, distribué par l'INRP
Les Sciences de l'Education, 1-3/1993
1993, pp.9-16

AECSE

ASSOCIATION DES ENSEIGNANTS ET CHERCHEURS
EN SCIENCES DE L'ÉDUCATION

LES SCIENCES DE L'ÉDUCATION

enjeux et finalités d'une discipline

1993

distribué par l'INRP
29 rue d'Ulm, 75005 Paris

Les Sciences de l'éducation 1-3/1993 — p. 9-16

SIGNIFIANTS ET SIGNIFIES DANS UNE APPROCHE PSYCHOLOGIQUE DE LA REPRESENTATION

Gérard Vergnaud *

Résumé : Une théorie de la représentation aussi précise que possible est nécessaire pour analyser l'aide à la conceptualisation apportée par les différentes formes symboliques utilisées en mathématiques et en sciences graphes, tableaux, algèbres, ... Sur un exemple emprunté au domaine de la proportionnalité, on montre la portée et les limites de plusieurs systèmes de signifiants. Le concept d'homomorphisme est une clef de l'analyse des rapports entre réel et représentation conceptuelle, et des rapports entre signifiés et signifiants.

Mots-clés : Représentation — Signifiant — Signifié.

****

On ne peut pas esquiver la notion théorique qui fonde les rapports entre signifiants et signifiés, celle des homomorphismes. On renoncerait alors à l'analyse rationnelle des rapports entre langage et pensée, entre représentations symboliques et conceptualisation. Comment un système pourrait-il en effet favoriser le fonctionnement d'un autre système s'il n'existait pas des homomorphismes du second dans le premier ? On ne pourrait pas non plus comprendre comment le premier système permet de communiquer : la communication suppose la représentation.

Dans un homomorphisme, les éléments de l'ensemble d'arrivée correspondent à des classes d'éléments de l'ensemble de départ ; on n'a pas besoin d'isomorphismes, les correspondances ne sont pas biunivoques, il suffit qu'elles soient univoques. C'est le cas pour les relations entre le réel et la représentation conceptuelle et préconceptuelle que nous en avons : la représentation du réel est formée de catégories organisées et hiérarchisées, dans les-

* Directeur de recherche, CNRS, université de Paris-V.

quelles se projettent les objets singuliers du réel rencontrés par le sujet, leurs propriétés, leurs relations, leurs transformations. Ceci est vrai pour des objets de nature très différente comme les objets familiers de la maison, les espèces animales et végétales, les relations et les transformations de la géométrie ou de la physique. Toutes ces catégories correspondent à des classes d'éléments.

Dans le cas des rapports entre signifiés et signifiants, la situation n'est pas aussi immédiatement tranchée parce que les constituants du langage naturel (ou du langage algébrique) sont souvent identifiés avec leur signification, tant il est vrai, comme le disait Saussure, que signifié et signifiant sont les deux faces indissociables d'une même pièce de monnaie. Pourtant, on sait aujourd'hui que le même mot renvoie à plusieurs aspects d'un même concept et éventuellement à des concepts différents : le mot « additif » renvoie à des relations entre nombres, mais aussi à des procédures concernant la proportionnalité, à des combinaisons entre ensembles, et même entre dépendances statistiques comme dans l'analyse de variance. Il est vrai aussi que ces différentes significations peuvent être entendues grâce au contexte et à condition, évidemment, que l'auditeur dispose des instruments cognitifs permettant de recevoir ces différentes significations.

On se trouve donc confronté, dans les recherches sur la communication didactique et sur l'usage de différents systèmes de représentation symbolique, aux deux problèmes suivants :

1. Quelles propriétés du signifiant représentent quelles propriétés du signifié ?
2. Quelles conceptualisations et opérations de pensée sont nécessaires pour recevoir les significations véhiculées par les formes symboliques utilisées ?

Représentons par un schéma simple les deux morphismes fondamentaux qui fonctionnent dans la représentation lorsque celle-ci met en oeuvre des signifiants.

Réel → Représentation conceptuelle ou préconceptuelle

$\updownarrow$

Signifié → Signifiant

Dans ce schéma, on observe à la fois le caractère distinct des relations entre réel et représentation (ligne du haut) et des relations entre signifié et signifiant (ligne du bas), et la nécessaire parenté entre signifié et représentation du réel (ligne verticale). Ceci est vrai pour tout sujet, pris individuellement. Mais parenté ne signifie pas identité. De telle sorte que, dans une tâche conjointe, la communication symbolique entre deux partenaires peut se heurter à plusieurs sortes de difficultés : la représentation conceptuelle insuffisante de chacun des deux partenaires ; leur manière différente d'entendre le même message ; les décalages entre signifié et représentation du réel chez chacun d'eux. La communication efficace apparaît ainsi comme un miracle. Il faut nécessairement des homomorphismes pour que ce miracle soit parfois possible. Il l'est heureusement assez souvent.

Concernant les rapports entre signifiants et signifiés, je commenterai un seul exemple, que j'ai déjà abondamment commenté ailleurs, mais qui me paraît particulièrement démonstratif.

Soit le problème suivant, pour une entreprise de bâtiment :

La fabrication des fondations pour un chantier de dix F6 et six F4 représente 1 025 m linéaires de semelle. On sait que 4 ouvriers construisent environ 25 mètres de semelle en 3 jours.

a) *Combien de temps leur faut-il pour fabriquer ces fondations ?*

b) *Combien d'ouvriers faut-il mettre à l'ouvrage pour ramener la durée de fabrication à trois semaines, soit 15 jours pleins de travail ?*

c) *Combien de temps faudra-t-il à 6 ouvriers pour fabriquer 300 mètres de semelle ?*

d) *Combien de mètres de semelle 12 ouvriers construisent-ils en 6 jours ?*

Parmi les représentations symboliques possibles des relations présentées dans ce problème, on peut considérer différents systèmes de signifiants :

L'algèbre des formules

$$P = kOj \; ; \; O = P/kJ \; ; \; J = P/kO$$

avec :

P = production ; O = nombre d'ouvriers ; J = nombre de jours.

L'algèbre des fonctions bilinaires

$$P = f(O,J)$$

et les théorèmes associés pour traiter, par exemple, les rapports simples, comme dans les troisième et quatrième questions du problème.

$$F\,(O_2, J_2) = f(nO_1, n'J_1) = nn'f(O_1, J_1)$$

Le langage naturel

- La durée est proportionnelle à la production et réciproquement (quand le nombre d'ouvriers est constant) ;
- La production est proportionnelle au nombre d'ouvriers et réciproquement (quand la durée est constante) ;
- Le nombre d'ouvriers est inversement proportionnel à la durée et réciproquement (quand la production est constante) ;
- La production est proportionnelle au produit du nombre d'ouvriers par la durée.

Les tableaux de proportionnalité directe

Durée	Production
J_1	P_1
J_2	P_2

Nombre d'ouvriers	Production
O_1	P_1
O_2	P_2

ou inverse

Durée	Nombre d'ouvriers
J_1	O_1
J_2	O_2

Le tableau de double proportionnalité

	O_1	O_2
J_1	P_{11}	P_{12}
J_2	P_{21}	P_{22}

On peut imaginer que, pour les élèves de LEP, de collège ou, a fortiori, de l'école élémentaire, ces systèmes de signifiants ne sont pas équivalents entre eux et représentent de manière différente les diverses « connaissances » sur lesquelles reposent les raisonnements nécessaires pour répondre aux quatre questions du problème ci-dessus.

L'évaluation de l'opportunité respective de ces différents signifiants est à la fois un problème d'explicitation des *concepts-en-acte* et des *théorèmes-en-acte* sous-jacents au choix des bonnes opérations (par exemple pour les élèves qui trouvent spontanément une solution), un problème d'explication et de validation (pour les élèves qui n'ont pas su trouver, ou pas su trouver tout, ou pas su justifier), et un problème de communication didactique et d'institutionnalisation si l'on veut créer une base commune de référence pour tous les élèves de la classe.

Pour répondre à la question de savoir ce qui représente quoi, dans chacun de ces systèmes de signifiants, il serait fastidieux de dresser un tableau exhaustif. Je me contenterai de quelques remarques.

Dans l'algèbre des formules on peut accepter l'idée que la première formule $P = kOJ$ est assez aisément utilisée lorsqu'on connaît k, O et J. Mais si l'on ne connaît pas k, ou si l'on ne connaît pas O et J et qu'il faut alors inférer l'une des deux autres formules à partir de la première, alors le support du signifiant $P = kOJ$ n'est pas à lui seul suffisant. Il est d'un secours moins grand encore pour la quatrième question, si l'on veut expliquer la multiplication des rapports : 3 fois plus d'ouvriers, 2 fois plus de temps, 6 fois plus de production. En fait, la formule ne représente bien ni l'indépendance des deux variables O et J et du paramètre k, ni les raisons du produit. On peut encore penser que, pour beaucoup d'élèves, les lettres ne représentent que des grandeurs connues ou inconnues et pas des variables. La formule fonctionne alors comme une recette, sans que les raisons de cette recette puissent être rendues intelligibles.

Pour rendre plus transparentes les raisons de la formule, il faut les commenter, avec des énoncés du langage naturel ou avec un autre système de signifiants. Si ce commentaire est nécessaire, c'est parce que les élèves ne lisent pas $P = kOJ$ de la manière qui serait nécessaire pour la justifier, à savoir : *« la production est proportionnelle à la durée quand le nombre d'ouvriers est constant, au nombre d'ouvriers quand la durée est constante et, par conséquent, au produit des deux parce que ces deux proportionnalités sont indépendantes l'une de l'autre »*.

C'est justement ce commentaire que permet le symbolisme algébrique des fonctions bilinéaires. Mais il faut, pour le lire, comprendre que certaines variables sont représentées par des lettres et la troisième par une combinaison complexe de symboles, justement parce qu'on l'exprime comme une fonction des deux premières. Les signifiants O, J, f (O,J) désignent donc tous des variables ; dans une formulation donnée, on pourrait éventuellement avoir P, O, f(P,O) ; c'est la finalité du raisonnement qui justifie le choix des deux variables-sources et de la variable-fonction. En outre, la signification des parenthèses et de la virgule n'est pas transparente puisque ces signes n'indiquent nullement le mode de dépendance de la fonction à l'égard des deux autres variables. Enfin, dans le théorème principal de la bilinéarité, il faut comprendre que O_1, J_1, O_2 et J_2 sont des valeurs particulières (par exemple 4, 3, 12 et 6 dans la quatrième question) et non des variables.

Les énoncés en langage naturel sont certainement plus accessibles, mais les propositions restrictives du type « Quand le nombre d'ouvriers est constant » sont souvent tenues implicites, alors qu'elles sont essentielles. En outre, la proportionnalité de la production par rapport au produit de deux autres variables résulte de l'indépendance des deux proportionnalités simples d'abord énoncées, ainsi que nous l'avons vu plus haut.

Cette idée demande à être expliquée puisque c'est la plus grosse difficulté conceptuelle rencontrée par les élèves dans la compréhension de la proportionnalité multiple.

Les tableaux de proportionnalité simple directe sont assez aisément utilisables dès l'école élémentaire. Ce n'est pas le cas du tableau de proportionnalité inverse, principalement parce que la condition restrictive sous laquelle ce tableau est vrai (la production est tenue constante) est beaucoup moins aisément posée comme hypothèse.

En réalité, on ne comprend pas vraiment la proportionnalité inverse tant qu'on n'a pas compris la double proportionnalité.

Finalement, le tableau de double proportionnalité apparaît crucial. Il est le seul qui permette de représenter l'ensemble des cas de figures possibles et il est le seul à représenter de manière suffisamment explicite les relations sur lesquelles peuvent s'appuyer les différents raisonnements. Il demande cependant d'être accompagné par des commentaires en langage naturel.

Dans les tableaux ci-dessous, les différentes quantités recherchées sont représentées par la lettre correspondant à la question qui les concerne. Leur place dans une ligne et dans une colonne donne les références nécessaires de l'inconnue et indique la voie de la solution. Cela économise le symbolisme complexe des fonctions de deux variables et montre, en même temps, le rôle crucial des rapports scalaires.

**Tableau représentant les données et
les deux premières quantités recherchées**

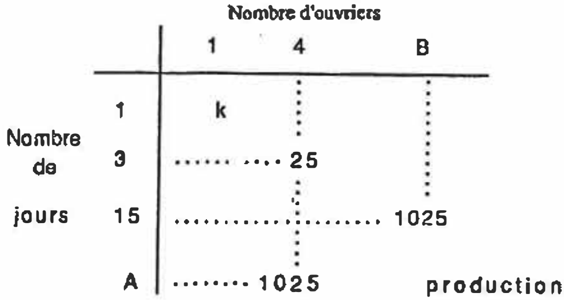


Tableau représentant l'une des solutions possibles à la question D

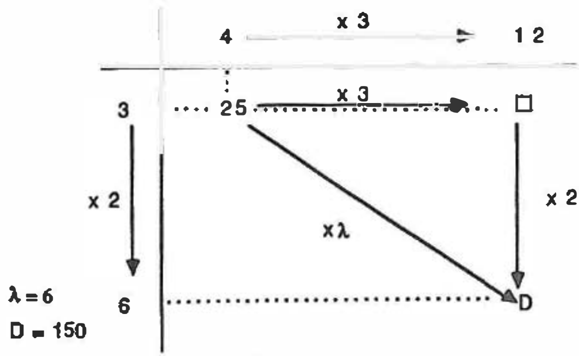
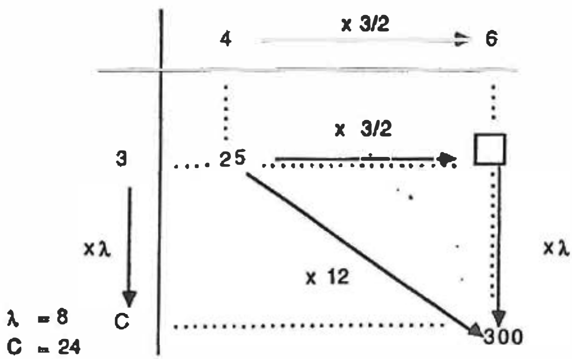


Tableau représentant l'une des solutions possibles à la question C



Le tableau de double proportionnalité est accessible à certains élèves dès la fin de l'école élémentaire et il est utile pour d'autres jusqu'au lycée. C'est un outil graphique. A quoi peut-on attribuer ses propriétés explicatives et l'aide qu'il apporte aux élèves dans leurs raisonnements ?

Essentiellement au fait qu'il utilise les propriétés du signifiant spatial pour représenter les propriétés fondamentales du signifié :

- les correspondances ligne à ligne pour représenter la proportionnalité de la production par rapport au nombre d'ouvriers, quand la durée est constante ;
- les correspondances colonne à colonne pour représenter la proportionnalité de la production par rapport à la durée ;
- l'orthogonalité de la ligne du haut et la colonne de gauche pour représenter l'indépendance des deux proportionnalités ;
- le symbolisme des flèches affectées d'un opérateur pour représenter les rapports scalaires, qui sont essentiels.

Cet ensemble forme un système intelligible pour les élèves, à un moment de leur apprentissage où l'algèbre des formules et des fonctions bilinéaires reste encore obscur, sauf pour la lecture directe P = ... d'une suite de calculs à faire pour évaluer P à partir de grandeurs connues.

Cette intelligibilité du tableau n'est pas donnée d'emblée aux élèves ; elle demande un travail didactique. Par la suite, le tableau peut devenir superfétatoire, assez rapidement pour certains élèves, moins rapidement pour d'autres. Il aura, néanmoins, joué un rôle transitoire décisif et sa fonction peut être très grande pour favoriser l'expansion du modèle bilinéaire aux relations entre grandeurs physiques (mécanique, électricité, etc.) pour lesquelles les élèves rencontrent des difficultés importantes et durables.

Ma conclusion sera brève. Il n'y a pas de science sans théorie. La didactique appelle une théorie du fonctionnement et du développement cognitifs dans laquelle on puisse traiter convenablement, sans sophistication excessive mais avec rigueur, la manière dont un sujet peut agir efficacement dans des situations données et la manière dont il peut être aidé pour cela, par les formes symboliques en usage dans la société et dans l'enseignement. Seule une théorie de la représentation peut répondre à cette exigence, mais cette théorie demande à être articulée autour de deux questions distinctes : la conceptualisation et la symbolisation. Le concept d'homomorphisme est indispensable pour les deux questions mais les deux processus ne peuvent pas être confondus, même si la symbolisation contribue à la conceptualisation, tout en la supposant.