Gérard Vergnaud

Recherches en psychologie didactique

Ce document est issu du site officiel de Gérard Vergnaud

www.gerard-vergnaud.org

Ce document a été numérisé afin de rester le plus fidèle possible à l’original qui a servi à cette numérisation. Certaines erreurs de texte ou de reproduction sont possibles.

Vous pouvez nous signaler les erreurs ou vos remarques via le site internet.

A propos de Frege

In Actes de SFID

Séminaire franco-italien de didactique de l’algèbre 1997-1999

IREM
1999, 3-27
Nice, France

Lien internet permanent pour l’article :
https://www.gerard-vergnaud.org/GVergnaud_1999_A-Propos-De-Frege_Seminaire-SFIDA-Nice

Ce texte est soumis à droit d’auteur et de reproduction.

A propos de Frege

Gérard Vergnaud

CNRS, Université Paris 8

Frege critique l'approche psychologique de la pensée parce qu'elle serait l'étude de la subjectivité. On ne s'étonnera pas qu'un psychologue se tourne à son tour vers Frege pour montrer que son point de vue est lui-même marqué par la subjectivité. On s'en étonnera d'autant moins que certains didacticiens pensent aujourd'hui pouvoir se passer de la psychologie, et que cet article est destiné à des didacticiens, c'est-à-dire à des chercheurs qui s'intéressent à l'apprentissage et aux rapports qu'entretiennent l'action et le signe au cours du développement de la pensée.

Chassez la psychologie, elle revient au galop. Il est impossible de théoriser sur la pensée sans être peu ou prou psychologue. Frege n'échappe pas à l'adage, et c'est bien à une théorie psychologique de la pensée qu'il nous convie, dans ses écrits logiques et philosophiques principalement.

Qu'on ne se méprenne pas sur mon intention, Frege est à mes yeux un auteur important, qui a contribué à clarifier une distinction essentielle : celle qui sépare une proposition saturée comme 3+4=7 et une proposition insaturée comme 3+x=7. Il a pu faire cette distinction en même temps qu'il introduisait le concept de fonction propositionnelle, en s'inspirant du concept de fonction numérique : une fonction propositionnelle prend ses valeurs dans l'ensemble VRAI / FAUX, comme une fonction numérique prend ses valeurs dans l'ensenble des nombres. Les idées de Frege seront reprises et développées par d'autres logiciens, notamment par Russel, et conduiront à cette idée, fondamentale aujourd'hui, qu'une proposition est susceptible de vérité ou de fausseté alors qu'une fonction propositionnelle ne l'est pas. C'est un point très important pour la didactique de l'algèbre. Intéressant retour des choses : une idée de logique venue de la métaphore algébrique au départ, trouve un point d'application direct en algèbre.

Si j'ai l'audace de m'attaquer à Frege, alors que je ne suis pas un fervent lecteur de ses œuvres, c'est parce que l'engouement actuel pour Frege de certains chercheurs en didactique pose à mes yeux un sérieux problème d'orientation de la recherche.

Schématiquement on peut dire que le triangle de Frege signe/sens/dénotation s'inscrit dans une problématique qui part du signe et tente de remonter vers le réel, faisant en quelque sorte l'impasse sur le mouvement inverse, qui partirait du réel, considèrerait la conceptualisation comme une caractéristique essentielle de l'action sur le réel, et comme une condition de la mise en mots et en signes des concepts qui émergent ainsi au cours de l'activité.

Ce n'est pas un problème théorique mineur, car la réponse conditionne l'action des enseignants, la mise en scène didactique, et la place à accorder au symbolisme et au formalisme.

Je vois deux faiblesses principales dans la position de Frege :

Premièrement, le sens est pensé à partir des signes et non à partir des situations, des objets, de leurs propriétés, relations et transformations, et de l'activité du sujet. Ce n'est pas une position nominaliste, à rigoureusement parler puisque Frege n'identifie nullement la chose à son nom ; mais elle est un peu héritière du nominalisme en ce sens que Frege ne paraît pas pouvoir penser le concept hors du signe qui lui est associé.

Lorsqu'on dit d'un mot, d'un énoncé ou d'un texte qu'il a du sens ou qu'il n'a pas des sens pour un élève, on est dans une ligne de pensée totalement compatible avec la démarche de Frege. Mais on peut aussi dire qu'une situation, une relation ou un objet a du sens ou n'a pas de sens. La perspective de Frege ne permet pas d'aborder cette question. Le sens mérite donc d'être pris des deux côtés à la fois, par le biais des situations et de l'activité en situation d'un côté, et par celui du langage et des signes de l'autre. A mes yeux le signe n'est pas premier.

Deuxièmement la dénotation n'est pas l'ultime rapport de la pensée avec le réel, car il existe, au-delà des objets qui dénotent le sens du signe, un réel non totalement pensé et analysé en objets et prédicats identifiables, réel sur lequel s'exerce l'activité du sujet confronté à une situation, notamment si elle est nouvelle pour lui. En d'autres termes, il existe des processus de conceptualisation pour des éléments et des aspects du réel auxquels aucun signe ne correspond encore. Et il en sera toujours ainsi, quelque vertigineux que soit le progrès de la science. On n'épuise pas le réel ; en particulier, on n'épuise pas le besoin de construire des concepts qui permettent de rendre compte de certains phénomènes et processus, et qui ne correspondent cependant à aucune régularité directement observable. Le réel n'est pas l'observable, et le constructivisme n'est pas l'empirisme, critiqué à juste titre par Frege (celui de John Stuart Mill par exemple).

Je propose donc un cheminement différent : partir du réel non encore analysé et catégorisé, pour aller vers le réel partiellement analysé et le sens, puis vers le signe. Cela n'exclut nullement que le signe ait un effet en retour important sur les processus d'identification des objets du réel et de leurs propriétés, notamment dans le cas des objets qui ne correspondent directement à aucun invariant perceptif, comme c'est le cas pour de nombreux concepts mathématiques et scientifiques . Le triangle de Frege ne se boucle bien, par une relation quasi directe entre signe et dénotation, que pour les objets devenus triviaux dans une communauté donnée : il n'y a plus alors d'ambiguité sur la référence du signe ; c'est très rare au cours de l'apprentissage.

Il y a dans Frege d'autres points problématiques :

1-En plusieurs endroits de son œuvre, Frege parle de relations, et même de relations de relations. C'est parfait. Pourtant il a parfois tendance à réduire les relations à des propriétés unaires. Dans son article « Concept et objet », à propos de l'exemple « *2 est un nombre positif, 2 appartient à N, 2 est plus petit que 10* », il considère les trois prédicats *« être un nombre positif », « être un nombre entier », et « être plus petit que 10* ».
L'utilisation de la copule « *est »* dans les trois cas masque le fait qu'il s'agit tantôt d'une relation d'ordre entre objets de même type logique (2 est plus petit que 10), tantôt d'une relation d'appartenance entre un objet (2) et un ensemble (les nombres positifs) fondé sur une relation d'ordre (2>0), tantôt d'une relation d'appartenance entre l'objet 2 et l'ensemble des nombres entiers, par construction de cet ensemble, et différenciation des entiers d'avec les nombres non entiers. La relation d'ordre est transitive, pas la relation d'appartenance, et pas les propriétés associées. Depuis Aristote, la copule joue des tours aux philosophes, parce qu'elle est utilisée pour exprimer des prédicats unaires (la sauce est forte), des prédicats binaires (la sauce est derrière la bouteille), et des prédicats à plus de deux places (la sauce est entre le pain et la bouteille). Cela aurait pu alerter Frege sur une épistémologie prenant les signes comme point de départ.
Certes cet exemple permet à Frege de souligner, à juste titre, que les trois prédicats sont à la fois des propriétés de l'objet 2, et des caractères du concept *« nombre positif entier plus petit que10 »* mais que le concept n'est ni positif, ni entier, ni plus petit que 10, et qu'il ne faut donc pas confondre concept et objet. C'est une position sage ; mais elle ne permet pas de comprendre pour autant que 2 peut être objet ici et concept ailleurs : par exemple lorsqu'un enfant déclare qu'il a 2 oreilles, 2 bras, 2 jambes, mais 10 doigts, 2 et 10 ont le statut de concepts, comme propriétés d'ensembles, et non pas d'objets. Cette dialectique entre prédicats et objets semble absente des préoccupations théoriques de Frege.

2-La séparation radicale opérée par Frege entre objet d'une part, prédicat et concept d'autre part, ne peut conduire la théorie de la pensée que dans une impasse, tant il est vrai que, dans beaucoup de circonstances, les concepts (au sens de Frege) deviennent des objets, et les objets des concepts. Qu'un prédicat devienne objet, on peut en donner de nombreux exemples en mathématiques : « *...est symétrique de ... par rapport à ...* » est un prédicat à trois places ; le substantif « *symétrie axiale* » désigne un objet. De même la relation de correspondance entre une distance sur une carte et sur le terrain est d'abord un concept et un outil ; elle devient un objet sous le nom d'échelle.
A l'inverse, des objets singuliers, désignés par des noms propres, qui justement intéressent Frege, peuvent devenir des concepts dans certaines conditions, comme par exemple dans l'énoncé « cet enfant est un vrai Tarzan ».

3- la vision de Frege est statique et peu dynamique. Il ne fait aucune place au mouvement de la pensée en situation, ni au lent développement des catégories qui permettent progressivement à l'enfant de comprendre et de faire des mathématiques. Une perspective développementale est nécessaire en didactique.

En algèbre, le poids des signes et des symboles est grand. Il est donc normal qu'on s'interroge sur leur sens. Mais c'est prendre les choses à l'envers que de partir des signifiants, alors que l'algèbre participe fondamentalement du processus de conceptualisation du réel, en s'appuyant sur l'arithmétique et en la dépassant tout à la fois. Je parle ici de l'algèbre ordinaire. Ce que montrent les recherches aujourd'hui, c'est que le concept de nombre est construit et compris à partir de situations impliquant l'identification de cardinaux et de mesures, de relations et de transformations, et que les propriétés d'addition,

constitutives du concept de nombre, ne sont réductibles ni aux propriétés d'ordre, ni à celles des relations d'équivalence et de différence. De l'ordre à l'addition il y a un saut. Ainsi l'addition prend son sens à partir des deux situations prototypiques que sont 1- la réunion de deux ensembles discrets (de cardinal petit) 2- l'augmentation d'une quantité initiale (de cardinaux petits). Cette conceptualisation n'est ni a priori, ni purement analytique.
Frege reste prisonnier des catégories kantiennes analytique/synthétique, et a priori/a posteriori même s'il cherche à s'en dégager. Il est en deçà de l'épistémologie constructiviste, qui permet de comprendre la conceptualisation comme un processus inscrit dans l'action et pas seulement dans les signes, comme une construction et pas seulement comme une analyse. Et l'algèbre participe de ce processus, ainsi que nous allons le voir plus loin.
Il existe un saut qualitatif entre l'activité d'identification et de classification des objets et celle qui consiste à les ordonner ou les sérier : il faut alors qu'un des descripteurs possibles soit susceptible de plus et de moins. De même il existe un saut qualitatif entre l'activité de sériation et celle de mesure, dont le premier cas rencontré par les enfants est la cardinalisation. S'il n'existe pas de connaissances purement analytiques, il n'en existe pas moins des connaissances distinctes, permettant des opérations distinctes : on n'additionne pas les numéros de téléphone, ni les numéros des maisons dans une rue, mais ces derniers ont un sens ordinal que n'ont pas les numéros de téléphone. Ce sens vient des propriétés de l'action, non pas de celles du signe. De même l'addition ne résulte pas de l'analyse de l'ordre ou de l'équivalence, mais d'une construction qui ajoute à l'ordre et à l'équivalence. Piaget lui-même, tout constructiviste qu'il était, n'avait pas bien saisi la rupture.

Revenons à l'algèbre.
Pour donner du crédit à l'idée de dénotation, Frege considère toute proposition affirmative comme un nom propre : ainsi 2+3=5 est un énoncé numérique, solution de l'équation 2+x=5. Je comprend que, si le sens est déjà dans 2+x=5, la dénotation n'est que dans 2+3=5, parce que le second est saturé et pas le premier, lequel de ce fait n'est ni vrai ni faux. La terminologie « nom propre » utilisée par Frege est bizarre, mais l'idée est intéressante parce qu'elle permet de distinguer un problème de vérité d'un problème de pertinence : il peut être pertinent de se poser la question du nombre inconnu qui, ajouté à 2, donnera 5 comme résultat, mais ce n'est pas le réponse à la question, qui, elle, suppose un jugement affirmatif (c'est 3).
La manière dont Frege a été conduit à cette distinction est surprenante.
D'une manière analogue à celle dont les fonctions prennent une certaine valeur selon les valeurs des variables,

Soit f(x)= 2x+3	x=1	f(x)=5
	x=2	f(x)=7
	x=3	f(x)=9 etc.

les fonctions propositionnelles prennent une certaine valeur de vérité (vrai ou faux) selon les valeurs des variables à instancier. Désignons par F la fonction propositionnelle correspondant à 2x+3=15

2x+3	est une fonction mais pas une fonction propositionnelle
2x+3=15	est une fonction propositionnelle mais pas une proposition
2.6+3=15	est une proposition, et elle est vraie
2.5+3=15	est une proposition et elle est fausse

D'où la possibilité d'écrire :

Soit la fonction propositionnelle F(x) 2x+3=15	x=1	F(x)=faux
	x=2	F(x)=faux
	x=5	F(x)=faux
	x=6	F(x)=vrai

L’expression littérale 2x+3 n’est pas un énoncé. L’énoncé algébrique 2x+3=15 n’est pas saturé et n’est donc pas une proposition. La saturation ne rend pas l’énoncé vrai : ici seule la valeur 6 pour la variable x rend l’énoncé vrai.
Seuls les énoncés saturés sont susceptibles de vérité ou de fausseté. C’est aussi bien le cas pour des énoncés comportant des variables non numériques, comme « C’est X qui a tué le pharmacien ». Cet énoncé ne peut être vrai ou faux que si X est remplacé par le nom d’une personne. C’est probablement cette considération qui a conduit Frege à parler de noms propres pour les énoncés affirmatifs.

Ces remarques peuvent paraître inutilement sophistiquées, mais on en a éventuellement besoin pour mieux comprendre certaines difficultés des élèves quand ils apprennent l’algèbre. En effet l’apprentissage de l’algèbre fait appel au concept de fonction numérique, qui reste toujours implicite en arithmétique, à la distinction entre une forme non susceptible et une forme susceptible de vérité ou de fausseté, et une forme toujours vraie. Par exemple, certains élèves pensent que dès qu’une expression contient des lettres, on a une indécision concernant sa vérité ou sa fausseté : ça dépend de la valeur de x ! Or, s’il est exact que la vérité de 2x+3=15 dépend de la valeur de x, ce n’est pas le cas de 7(2x+3)=14x =21, ni de (x+y)(x-y)=x2-y2. Ces étapes font partie du processus de conceptualisation en algèbre.

Alors que retenir de Frege ? Le bon grain, c’est évidemment la distinction entre proposition et fonction propositionnelle, qui ouvre la voie à des réflexions et considérations que ne permettaient pas la théorie des syllogismes. Beaucoup plus problématique est le questionnement des processus cognitifs à partir de la forme prédicative de la connaissance. Il faut donc essayer de repartir de l’activité en situation et des schèmes que développent les enfants, les adolescents et les adultes, lorsqu’ils rencontrent des situations nouvelles, qu’éventuellement on met sur pied à leur intention. Ce sont les concepts de schème et de conception qui constituent l’exacte alternative, du point de vue de la construction du sens, des concepts de signe et d’énoncé. Signes et énoncés sont très importants, mais ils resteraient « en l’air » si on ne voyait pas que la référence de la pensée n’est pas la dénotation du signe, mais le réel en voie de conceptualisation auquel correspondent en premier lieu les formes stabilisées d’organisation de l’activité que sont les schèmes, avec les invariants opératoires qui en sont la composante épistémique.
Au début est l’action, non pas le verbe. Si le bébé n’identifiait pas des objets dans le réel avec certaines de leurs propriétés, relations et transformations, il ne pourrait même pas apprendre à parler. Cette identification n’est pas simple codage d’indices sensoriels, elle est aussi construction, puisque les mêmes objets changent d’aspect dans certains déplacements de rotation, de translation, d’éloignement ou de rapprochement : à commencer par le biberon. Les mêmes objets peuvent disparaître et reparaître :que sont-ils devenus entre temps ? Certaines propriétés physiques des objets sont saisies très tôt, bien avant que le bébé parle. Et lorsqu’il apprend à parler, celui-ci s’appuie immanquablement sur les situations et les objets qu’il reconnaît, en même temps que sur ses émotions et sur les indices gestuels et verbaux fournis par l’adulte. Il peut alors commencer à énoncer des mots-phrases et des combinaisons linguistiques.
Pareillement et toutes proportions gardées, l’arithmétique ne commence pas seulement avec les mots-nombres mais avec les situations de dénombrement, de comparaison et de d’addition. La notation décimale et les quatre opérations ne viennent que plus tard ; elles apportent alors des enrichissements conceptuels qu’il ne faut nullement minimiser, mais dont le bénéfice est subordonné à ce que l’enfant est en mesure de comprendre des différentes situations d’addition, de soustraction, de multiplication et de division, dont on sait qu’elles sont nombreuses. Or ces situations ne sont pas habituellement représentées et différenciées par des signes. On pourrait d’ailleurs remédier partiellement à cette lacune, puisque les signes , même s’ils ne sont pas premiers, peuvent jouer un rôle décisif dans la conceptualisation.
En algèbre les signifiants pèsent lourd, et il n’y a pas d’algèbre sans les signes que nous savons : synboles des opérations, des relations d’égalité et d’inégalité, lettres. L’activité algébrique comporte en outre des opérations sur les signifiants, dont certains behavioristes ont pu penser qu’elles étaient le tout de l’activité algébrique. Il n’en est rien évidemment, mais la tentation est toujours grande de réduire l’activité de la pensée à ses manifestations visibles. En fait l’algèbre fait appel à plusieurs sortes d’activités : la mise en équation, la résolution des équations, l’interprétation des solutions. Chacune de ces activités appelle plusieurs formes d’organisation de l’activité, qui s’enrichissent et se complexifient au cours de l’apprentissage. Ce sont des schèmes.
Comme un algorithme, un schème est composé de plusieurs sortes de composantes :

-un but, des sous-buts, des anticipations
-des règles d'action, de prise d'information, et de contrôle
-des invariants opératoires (concepts-en-acte et théorèmes-en-acte)
-des possibilités d'inférence en situation.
Les schèmes de traitement des expressions algébriques (ne prenons que cet exemple) mettent en jeu des connaissances qui concernent les fonctions, leurs équivalences et leurs identités, ainsi que les propriétés calculatoires des nombres relatifs, des rationnels, des irrationnels. La plupart de ces connaissances restent implicites dans l'activité : les signes sur le papier ne retracent que le résultat de l'activité, pas l'activité elle-même, encore mois les invariants opératoires utilisés.
Même les scripts-algorithmes enseignés, qui sont une sous-classe des schèmes qu'on peut observer chez les élèves, laissent implicites des théorèmes essentiels à la légitimité de la procédure, comme on peut le voir dans les exemples ci-dessous : deux versions, l'une plus complète, l'autre abrégée, de la même procédure.

4x+17=65	4x+17=65
4x+17-17=65-17	4x=65-17=48
4x=48	
4x/4=48/4	x=48/4=12
x=12	

Entre la première et la seconde lignes de la première suite d'écritures, intervient un théorème-en-acte assez sophistiqué : *l'égalité est conservée lorsqu'on soustrait un même nombre des deux côtés*, en l'occurrence 17. Pour être exact, il faudrait dire que *la solution est conservée.*
Avant la troisième lignes interviennent deux autres théorèmes-en-acte : *17-17=0 et 4x+0=4x*
Et l'on peut continuer ainsi.
Ces théorèmes sont triviaux, mais pas pour tous les débutants . Or ils conditionnent le choix des opérations à faire pour s'approcher de la solution. La tentation est grande de conditionner les élèves à utiliser la procédure sans trop l'expliquer, et même à passer directement à la version abrégée de droite.
Si alors on propose aux élèves l'équation

65-4x=17

qui a la même solution que la précédente, on voit les élèves hésiter et bafouiller. L'une des raisons est que l'idée d'ajouter 4x des deux côtés ne va plus de soi : ce n'est plus un nombre, mais une fonction dont on ne connaît pas la valeur. Comment peut-on ajouter quelque chose qu'on ne connaît pas !
Le schème a une portée locale. Si on sort des limites de l'épure, la règle apprise perd son sens, bien qu'elle soit comprise pour un certain ensemble de cas de figure. D'algorithme général qu'il est pour le professeur, il est devenu un schème personnel de l'élève, dont le sens est conditionné par les valeurs des variables de situation : ici les nombres connus et les fonctions dont la valeur n'est pas connue au moment où il faut choisir l'opération. L'algorithme est effectif, le schème n'est souvent que localement efficace. L'incertitude est au rendez-vous. Il suffit d'une petite variation (petite aux yeux du professeur) pour que le schème apparemment acquis reste silencieux.
La transformation des scripts-algorithmes en schèmes personnels peut aller plus loin encore. Voici un exemple, que j'emprunte à la thèse de Rocha de Falcao.
Des élèves de seconde sont appelés à résoudre plusieurs types de problèmes,issus d'une situation générale dans laquelle des étudiants, pour gagner leur vie, travaillent dans des agences de voyage. Le salaire est composé de trois parties : une partie proportionnelle au nombre d'heures travaillées, une partie proportionnelle au nombre de billets vendus, une partie fixe. On peut par exemple devoir calculer le nombre d'heures travaillées quand on connaît le tarif horaire, le salaire, la partie fixe, le nombre de billets vendus, et le tarif par billet. Tous ces paramètres varient d'une agence à l'autre, et on peut aussi comparer les avantages et inconvénients des agences les unes par rapport aux autres. Voici un protocole recueilli par Rocha de Falcao :

Le sens, c'est les schèmes, disait Piaget ; on peut ajouter que, si les schèmes s'adressent à des classes de situations, le sens c'est aussi les situations. Alors, comment penser l'ensemble des relations entre situations, schèmes, objets, concepts, invariants opératoires, formes langagières et signes, avec leur double face de signifiants et de signifiés ?

La première relation fondamentale est celle qui relie situations et schèmes. Pourquoi ? Parce que la connaissance est adaptation, que c'est à des situations que nous nous adaptons, pas seulement à des objets, et que les moyens de cette adaptation sont les formes d'organisation de l'activité dont nous disposons : les schèmes.
La seconde relation fondamentale est celle qui relie les objets et leurs propriétés aux situations dans lesquels ils s'inscrivent. Mais l'identification de ces objets suppose que, dans les schèmes, existent des concepts-en-acte (prédicats et objets, ou encore fonctions propositionnelles et arguments), dont les fonctions cognitives sont à la fois de prélever et sélectionner l'information pertinente, et d'être les briques constitutives des th éorèmes-en-acte. Ces derniers sont par définition « des propositions tenues pour vraies sur le réel », alors que les concepts-en-acte ne sont pas susceptibles de vérité ou de fausseté. Ce sont les théorèmes-en-acte qui permettent de comprendre que l'activité en situation est à la fois réglée et nourrie d'inférences. le fait qu'ils soient tenus pour vrais signifie qu'il peut exister (et il existe effectivement) des théorèmes faux. L'erreur dans l'action peut donc résulter de l'évocation en situation de concepts non pertinents ou insuffisants, et de théorèmes erronés.
La troisième relation fondamentale est celle qui relie, dans la langue d'abord, et aussi dans tout système sémiotique, les signifiants et les signifiés. Cette relation n'est pas univoque, et les ambiguités de la langue existent. Pourtant, bon an mal an, la langue permet de communiquer sans encombre à l'intérieur d'une communauté linguistique donnée, au moins pour les activités et les connaissances ordinaires, pas trop problématiques.
La dernière relation fondamentale est celle qui relie les invariants opératoires et les signifiés de la langue, ou du système de signes utilisé. Cette relation n'est pas univoque, et il y a de grands ecarts éventuellement entre les formes opératoires de la connaissance que sont les invariants opératoires, et les formes prédicatives que sont le lexique et la syntaxe de la langue, (et de tout autre système de signes). Les recherches sur le travail et sur l'éducation montrent que nous ne sommes en mesure de mettre en mots qu'une partie des connaissances que nous utilisons dans l'action.
Il existe donc trois sources d'écarts entre le réel et les signes :
-l'écart entre le réel et les invariants opératoires
-l'écart entre les signifiés et les signifiants de la langue
-l'écart entre les invariants opératoires et les signifiés.
Pourtant nous communiquons ! Cela n'est possible que parce qu'il existe aussi des homomorphismes partiels dans les trois correspondances qui viennent d'être évoqués, en même temps que des écarts.
Le système de catégories avec lequel nous nous représentons les objets du réel, leurs propriétés et relations, ainsi que les situations, est issu pour une part essentielle de l'activité, donc des schèmes et des invariants opératoires. Ces catégories peuvent correspondre à des régularités perceptives plus ou complexes, mais directement accessibles ; elles sont aussi le produit de constructions conceptuelles, et de l'imagination, notamment dans la science. Les signes sont des moyens de stabiliser les systèmes d'invariants dont les individus d'une même communauté ont l'expérience directe, mais aussi de permettre la formation d'invariants construits d'un haut degré d'élaboration, à propos desquels il serait impossible de communiquer sans les signes.
Ne pas mettre les signes au point de départ du questionnement sur la conceptualisation, ne conduit pas à diminuer leur importance.

Références

Frege G. (1971,édition française) Ecrits logiques et philosophiques. Paris, Editions du Seuil.

Frege G. (1884, 1969 édition française) Les fondements de l'arithmétique. Paris, Editions du Seuil.